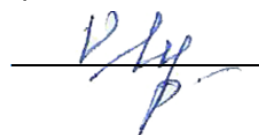


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
управления и экономики фармации



Е.Е. Чупандина
29.04.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.38 Медицинская статистика

1. Код и наименование специальности: 33.05.01 Фармация
2. Направленность (профиль): Фармация
3. Квалификация выпускника: провизор
4. Форма обучения: очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: управления и экономики фармации
6. Составители программы: Черникова Анастасия Сергеевна, кандидат физико-математических наук; Протасова Ирина Валентиновна, кандидат химических наук, доцент
7. Рекомендована: Научно-методическим советом фармацевтического факультета (протокол №1500-06-05 от 26.04.2021), Изменения внесены протоколом № 1500-06-08 от 13.09.2022

отметки о продлении

8. Учебный год: 2023-2024

Семестр: 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является формирование знаний, умений и навыков студентов в области медицинской статистики при проведении исследований и решении профессиональных задач.

Задачи учебной дисциплины:

- приобретение студентами теоретических знаний в области статистических методов обработки различных видов информации из профессиональной сферы;
- формирование умений:
 - применять математические методы и осуществлять математическую обработку данных, полученных в ходе разработки лекарственных средств, а также исследований и экспертизы лекарственных средств, лекарственного растительного сырья и биологических объектов;
 - использования специализированного программного обеспечения для математической обработки данных наблюдений и экспериментов при решении задач профессиональной деятельности;
- анализировать с использованием статистического аппарата фармацевтическую информацию и принимать управленческие решения в профессиональной сфере;
- проведения научных исследований согласно статистическим требованиям достоверности и публичного представления результатов.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть Блока 1

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код	Индикатор	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать основные биологические, физико-химические, химические, математические методы для разработки, исследований и экспертизы лекарственных средств, изготовления лекарственных препаратов	ОПК-1.4	Применяет математические методы и осуществляет математическую обработку данных, полученных в ходе разработки лекарственных средств, а также исследований и экспертизы лекарственных средств, лекарственного растительного сырья и биологических объектов	Знать: основные статистические понятия и математические методы, необходимые при решении профессиональных задач
				Уметь: осуществлять обработку данных и применять основные математические методы при решении профессиональных задач
				Владеть навыками: анализа данных, моделирования и прогнозирования при решении профессиональных задач
ОПК-6	Способен применять принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения профессиональных задач	ОПК-6.3	Применяет специализированное программное обеспечение для математической обработки данных наблюдений и экспериментов при решении задач профессиональной деятельности	Уметь: использовать специализированное программное обеспечение для решения профессиональных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72

Форма промежуточной аттестации зачет

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			6 семестр
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	16	16
	практические	-	-
	лабораторные	34	34
Самостоятельная работа		22	22
Форма промежуточной аттестации		зачет	
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1.1	Основы медицинской статистики	Основные понятия, проблемы и показатели медицинской статистики. Значение медицинской статистики в оценке здоровья населения и деятельности органов здравоохранения. Роль статистика в фармации.	ЭУМК «Медицинская статистика»
1.2	Основы теории вероятностей	Основные понятия теории вероятностей, математическая и статистическая вероятности. Основы комбинаторики. События и операции над ними.	
1.3	Основы математической статистики	Основные понятия математической статистики. Случайные величины и их характеристики. Вариационные и динамические ряды. Статистические гипотезы. Корреляционный анализ данных. Регрессионный анализ данных.	
1.4	Организация и проведение статистического исследования в медицине и фармации. Выявление взаимосвязей и различий в ходе статистического исследования	Организация и этапы проведения статистического исследования. Особенности клинико-статистических исследований. Виды и методы сбора данных. Типизация данных и проверка на ошибки. Обработка данных статистического исследования. Трактовка полученных результатов. Прогнозирование в медицине и фармации.	
2. Лабораторные занятия			
2.1	Основы медицинской статистики	Основные понятия медицинской статистики. Официальные органы государственной статистики. Законодательное регулирование статистической отчётностью в медицине и фармации. Виды и формы статистических отчётов.	ЭУМК «Медицинская статистика»
2.2	Основы теории вероятностей	Математическая и статистическая вероятности. Основы комбинаторики. События и операции над ними.	
2,3	Основы математической статистики	Случайные величины и их характеристики. Вариационные и динамические ряды. Статистические гипотезы. Корреляционный анализ данных. Регрессионный анализ данных.	
2.4	Организация и проведение статистического исследования в медицине и фармации. Выявление взаимосвязей и различий в ходе статистического исследования.	Организация и этапы проведения статистического исследования. Особенности клинико-статистических исследований. Виды и методы сбора данных. Типизация данных и проверка на ошибки. Обработка данных статистического исследования. Трактовка полученных результатов. Прогнозирование в медицине и фармации.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Основы медицинской статистики	2	-	2	2	6
2	Основы теории вероятностей	2	-	6	5	13
3	Основы математической статистики	10	-	18	10	38
4	Организация и проведение статистического исследования в медицине и фармации, Выявление взаимосвязей и различий в ходе статистического исследования.	2		8	5	15
	Итого:	16	-	34	22	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение дисциплины предполагает посещение лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельную работу.

При подготовке к лабораторным занятиям, текущей и промежуточной аттестациям обучающиеся используют конспекты лекций, основную и дополнительную литературу, информационные электронно-образовательные ресурсы.

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине «Прикладная биостатистика» организована с помощью образовательного портала «Электронный университет ВГУ», где размещен электронный курс в соответствии с разделами дисциплины. Каждая тема в соответствующем курсе снабжена материалами к лекции, документами и (или) заданиями для самостоятельного изучения, разделами для размещения результатов выполненных студентами заданий (при наличии заданий) с возможностью их оценивания преподавателем, электронным тренировочным тестом.

Все расчетные задания по дисциплине выполняются обучающимися в электронных таблицах MS Excel или LibreOffice Calc.

По окончании 1-8 лекционных занятий обучающимся предлагается пройти тестирование по соответствующей теме (9-10 вопросов, продолжительность – 10 минут, оценивается по 100-балльной шкале, вес каждого вопроса – 10).

Критерии оценивания тестовых заданий:

- 1 балл (2 балла в случае задания повышенной сложности (подразумевает длительных вычислительных действий или размышлений и (или) самостоятельного указания ответа) – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

По результатам работы обучающегося на лабораторных занятиях преподаватель выставляет оценки по 5(6)-балльной шкале.

Оценка	Критерии оценивания (на лабораторном занятии)
5	Обучающийся активно участвует в освоении материалы на лабораторном занятии: верно выполняет все предлагаемые преподавателем задания, самостоятельно (у доски, с места) выполняет и поясняет решение заданий
4	Обучающийся активно участвует в освоении материалы на лабораторном занятии: выполняет предлагаемые все преподавателем задания (возможен допуск незначительных ошибок, которые самостоятельно исправляет), самостоятельно (у доски, с места) выполняет и поясняет решение заданий (возможен допуск незначительных ошибок, которые самостоятельно исправляет)
3	Обучающийся участвует в освоении материалы на лабораторном занятии: выполняет все предлагаемые преподавателем задания (допускает ошибки, которые исправляет при указании на них и помощи преподавателя), самостоятельно (у доски,

	с места) выполняет и поясняет решение заданий (допускает ошибки, которые исправляет при указании на них и помощи преподавателя)
2 (переоценивается по результатам выполнения индивидуального задания (4/3/2/1)) (см. описание ниже)	Обучающийся не участвует в освоении материала на лабораторном занятии: не выполняет более 70% предлагаемых преподавателем заданий (решение отсутствует или содержит ошибки)
0	Обучающийся отсутствовал на лабораторном занятии

В случае явки студента на лабораторное занятие и получения за него оценки «2» (неучастие / незначительное участие в работе на занятии) обучающемуся предлагается решить задание по теме занятия (размещается в электронном курсе с возможностью загрузки в течение 3-7 дней (но до следующего лабораторного занятия) решения обучающегося), в этом случае оценка за занятие выставляется по результатам решения данного задания согласно критериям оценивания, приведенным в п. 20.1 (оценка за занятие = оценка за выполнение задания – 1 балл; в случае получения оценки за выполнение задания «2» или непредоставления решения задания оценка за занятие приравнивается к 2 баллам).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Васильева, Э.К. Статистика : учебник / Э.К. Васильева, В.С. Лялин. - М: Юнити-Дана, 2015. - 399 с. - <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436865 >
2	Завьялов, О.Г. Теория вероятностей и математическая статистика с применением Excel и Maxima: учебное пособие / О.Г. Завьялов, Ю.В. Подповетная; Финансовый университет при Правительстве РФ. – Москва: Прометей, 2018. – <URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494942 >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Медик В.А. Статистика здоровья населения и здравоохранения / В.А. Медик, М.С. Токмачев. — Москва: Финансы и статистика, 2009. — <URL: http://www.studmedlib.ru/book/ISBN9785279033720.html >
2	Применение методов статистического анализа для изучения общественного здоровья и здравоохранения: рекомендовано Учебно-методическим объединением по медицинскому и фармацевтическому образованию вузов России в качестве учебника для студентов медицинских вузов. / под ред. В.З. Кучеренко. — Москва: ГЭОТАР-Медиа, 2011. — <URL: http://www.studmedlib.ru/book/ISBN9785970419151.html >
3	Леонов С.А. Статистические методы анализа в здравоохранении. Краткий курс лекций / Леонов С.А., Вайсман Д.Ш., Моравская С.В, Мирсков Ю.А. – М: Менеджер здравоохранения, 2011. – <URL: http://www.studmedlib.ru/ru/book/ISBN9785903834112.html >
4	Шпаков, П.С. Математическая обработка результатов измерений: учебное пособие / П.С. Шпаков, Ю.Л. Юнаков; Сибирский федеральный университет. – Красноярск: Сибирский федеральный университет (СФУ), 2014. – <URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=435837 >
5	Основы высшей математики и математической статистики / Павлушков И.В. [и др.] — М: ГЭОТАР-Медиа, 2012. — <URL: http://www.studmedlib.ru/book/ISBN9785970415771.html >
6	Наглядная статистика. Используем R!. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Шипунов [и др.]. — Электрон. дан. — М: ДМК Пресс, 2014. — 298 с. — <URL: http://e.lanbook.com/book/50572 >
7	Протасова И.В. Медицинская статистика в фармации [Электронный ресурс] : практикум : [для студ. 3-го курса очной формы обучения фармацевт. фак. специальности 33.05.01 - Фармация] / Воронеж. гос. ун-т ; сост/ И.В. Протасова, М.С. Куролап. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018 .— 79 с. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-238.pdf >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
-------	--------

1	ЭБС «Электронная библиотека технического ВУЗа» (ЭБС «Консультант студента») (http://www.studentlibrary.ru/)
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн» (http://biblioclub.ru/)
3	ЭБС «Лань» (http://www.e.lanbook.com/)
4	ЗНБ ВГУ (https://lib.vsu.ru/)
5	Центральная Научная Медицинская Библиотека (https://rucml.ru/)
6	Федеральная служба государственной статистики (http://www.gks.ru/)
7	ФГБУ «ЦНИИОИЗ» Минздрава Росси (http://mednet.ru/)
8	«Консультант плюс» (http://www.consultant.ru/)
9	«Гарант» (http://www.garant.ru/)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	ЭУМК «Медицинская статистика» . – <URL: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10784 >
2	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может быть реализована с применением дистанционных образовательных технологий на Образовательном портале «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/>) на базе соответствующих ЭУМК. Дисциплина осваивается обучающимися в соответствии с расписанием учебных занятий и расписанием промежуточных аттестаций по решению кафедры управления и экономики фармации / фармацевтического факультета / университета.

Чтение лекций осуществляется с использованием слайд-презентаций и соответствующего программного обеспечения.

Выполнение лекционных тестов, текущая и промежуточная аттестации, а также выполнение обучающимся задания, в случае его явки на лабораторное занятие и получения за него оценки «2», могут быть проведены с применением дистанционных образовательных технологий на Образовательном портале «Электронный университет ВГУ» на базе соответствующих ЭУМК.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория	Мультимедиа-проектор, экран для проектора, ПК, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска)
Учебная аудитория – компьютерный класс	Компьютеры с выходом в сеть Интернет, мультимедиа-проектор, экран для проектора, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска)
Учебная аудитория – аудитория для самостоятельной работы	Компьютеры с выходом в сеть Интернет, МФУ, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основы медицинской статистики	ОПК-1 ОПК-6	ОПК-1.4 ОПК-6.3	Домашние (самостоятельные) задания для контроля освоения дисциплины
2	Основы теории вероятностей			Домашние (самостоятельные)
3	Основы математической статистики			Домашние (самостоятельные)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
				задания для контроля освоения дисциплины Контрольная работа (практические задания)
4	Организация и проведение статистического исследования в медицине и фармации, Выявление взаимосвязей и различий в ходе статистического исследования.			Домашние (самостоятельные) задания для контроля освоения дисциплины
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				КИМ (Тест + практические задания + исследовательский проект)

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа (практические задания), а также домашние (самостоятельные) задания для контроля освоения дисциплины.

Домашние (самостоятельные) задания формулируются преподавателем по окончании занятия для закрепления обучающимся пройденного материала (содержит перечень задач для выполнения / вопросов) или подготовке к последующим занятиям. На дальнейшем соответствующем занятии преподаватель осуществляет полную/выборочную проверку выполнения обучающимися домашних (самостоятельных) заданий. В случае невыполнения обучающимся домашнего (самостоятельного) задания (по лабораторному занятию) преподаватель не оценивает работу обучающего на текущем лабораторном занятии выше 2 баллов (положительная оценка (3/4/5) может быть выставлена по результатам выполнения индивидуального задания).

КИМ для текущей аттестации содержит задания по следующим темам:

- 1) Математическая и статистическая вероятности, основы комбинаторики
- 2) События и операции над ними
- 3) Случайные величины и их характеристики

Фонд практических заданий находятся в банке вопросов ЭУМК, типовые задания приведены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

Пример КИМ для текущей аттестации:

1) Бросают одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что:

- а) произведение выпавших очков четно;
- б) сумма выпавших очков равна 15;
- в) произведение выпавших очков равно 15.

2) Первая лампочка может перегореть с вероятностью 0,18, вторая - 0,15. Найти вероятность того, что:

- а) обе лампочки перегорели;
- б) горит хотя бы одна лампочка;
- в) обе лампочки горят;
- г) горит только первая лампочка, а вторая перегорела
- д) горит только вторая лампочка, а первая перегорела.

3) В коробке находятся 50 лотерейных билетов, среди которых 12 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины X – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет. Вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины X . Составить функцию распределения случайной

величины X. Нарисовать графики полигона распределения вероятностей и функции распределения случайной величины X.

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проходит в форме контрольной работы (выполнение практических заданий). Результаты выполнения контрольной работы оцениваются по 5-балльной шкале, причем задания 1, 2, 3 имеют веса 2, 3, 5 соответственно (максимальные баллы за выполнение 1, 2, 3 задания равны 1, 1,5, 2,5 соответственно).

Критерия оценивания выполнения задания:

- 100% от максимального балла за задание – задача решена верно (получен правильный ответ, приведен правильный ход решения);
- 50% от максимального балла за задание – решение задачи содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода ее решения, или задача решена не полностью, но получены промежуточные результаты, отражающие правильность хода решения задачи;
- 0 баллов – задача не решена или решение неверно (ход решения ошибочен или содержит грубые ошибки, значительно влияющие на дальнейшее изучение задачи).

В случае составления задания из нескольких частей (подзадач), каждый из них оценивается в соответствии с вышеуказанными критериями и имеет равный вклад в итоговую оценку за задание (например, задание 2 (максимальный балл 1,5 состоит из двух частей а) и б) (каждая из них может быть оценена максимальным баллом $\frac{1,5}{2} = 0,75$), обучающийся верно решил подзадачу а) (100% от максимального балла за подзадачу, то есть 0,75 балла), а решение подзадачи б) содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений (50% от максимального балла за подзадачу, то есть $\frac{0,75}{2} = 0,375$ балла), следовательно, оценка за выполнение задания 2 $= 0,75 + 0,375 = 1,125$ балла).

Текущая аттестация считается пройденной, если контрольная работа оценена не менее, чем на 2,5 балла, и не пройденной – в противном случае.

20.2. Промежуточная аттестация

Оценка на зачете (зачтено) может быть выставлена по результатам текущего контроля успеваемости при выполнении всех следующих условий обучающимся:

- посещение 80% и более лекционных занятий;
- пропуск не более 1 лабораторного/практического занятия (без уважительной причины) с последующей отработкой;
- результаты выполнения контрольной работы на текущей аттестации от 2,5 баллов и более (текущая аттестация пройдена успешно);
- текущая успеваемость (согласно Положению о промежуточной аттестации обучающихся фармацевтического факультета с учетом результатов текущего контроля успеваемости, представленного на сайте фармацевтического факультета ВГУ <http://www.pharm.vsu.ru/nms.html>) обучающегося более 3,0.

При «текущей успеваемости» ниже 3,0 студент вправе сдавать зачет на общих основаниях, приведенных ниже:

Промежуточная аттестация по дисциплине проходит в 3 последовательных этапа:

- 1) тест (ОПК-1.4 (знать ...), ОПК-6.3 (уметь ...));
- 2) практические задания (ОПК-1.4, ОПК 6.3 (уметь ...));
- 3) исследовательский проект (ОПК-1.4 (знать ..., уметь ...), ОПК-6.3 (уметь ...)).

1) Тест содержит 25 вопросов и позволяет освоение обучающимися материала лекционных занятий. Фонд тестовых заданий представлен в банке заданий ЭУМК, типовые задания приведены в Приложении 1 к рабочей программе дисциплине.

Пример теста:

1) Под статистической методологией понимают ...

- а) концепцию статистического исследования
- б) систему статистических показателей
- в) совокупность методов, способов, правил исследования социально-экономических процессов

2) В чем заключается основная проблема медицинской статистики?

- а) объективная оценка деятельности системы здравоохранения и общественного здоровья
- б) сбор медицинской информации
- в) создание банка форм статистической отчетности

3) Первая всероссийская перепись населения была проведена в:

- а) 1897 г.
- б) 1920 г.
- в) 2002 г.

4) Статистическая совокупность - это ...

- а) комплекс признаков, характеризующих единицу совокупности
- б) множество качественно однородных варьирующих единиц, в которых проявляется изучаемая закономерность
- в) система статистических показателей

5) Как называют равновозможные исходы некоторого испытания, образующие полную группу событий?

- а) достоверными
- б) элементарными
- в) вероятными
- г) равномошными

6) Событие В называется ... от события А, если его вероятность не меняется от того, произошло событие А или нет. Укажите пропущенный термин в соответствующем падеже

7) Если комбинации из n элементов по m отличаются только составом элементов, то такие комбинации называются ...

- а) перестановками из n элементов
- б) размещения с повторениями из n элементов по m
- в) сочетаниями с повторениями из n элементов по m
- г) перестановками с повторениями из n элементов
- д) сочетаниями из n элементов по m
- е) размещениями из n элементов по m

8) Событие В называется ... от события А, если его вероятность не меняется от того, произошло событие А или нет. Укажите пропущенный термин в соответствующем падеже.

9) Чему равно число перестановок из 3 элементов (в ответе цифрами укажите число)?

10) X - дискретная случайная величина. Величина $M(X-M(x))^2$ называется ... случайной величины

- а) вероятностью
- б) дисперсией
- в) математическим ожиданием
- г) стандартным отклонением
- д) плотностью вероятности

11) Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными случайными величинами и соответствующими им вероятностями - это ...

- а) дисперсия случайной величины
- б) математическое ожидание случайной величины
- в) закон распределения случайной величины
- г) непрерывная случайная величина
- д) плотность распределения

12) Вычислите математическое ожидание дискретной случайной величины X , принимающей значения $-1; 0; 1; 2$ с вероятностями $0,1; 0,3; 0,2; 0,4$ соответственно. Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую).

13) Дискретная случайная величина X принимает значения $-1; 0; 1; 2$ с вероятностями $0,1; 0,3; 0,2; 0,4$ соответственно. С какой вероятностью случайная величина $2X$ примет значение 2 ? Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую).

14) Динамический ряд x_t ($t=1;2;\dots;n$) называется ..., если совместное распределение вероятностей n наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n такое же, как и $x_{1+t}, x_{2+t}, \dots, x_{n+t}$ наблюдений при любых n, t и t .

- а) корреляционным
- б) временным
- в) случайным
- г) строго стационарным

15) Отдельные элементы динамического ряда называются его ...

- а) средним
- б) сглаживанием
- в) уровнями
- г) полигоном

16) График выборочной автокорреляционной функции называется ...

- а) автокорреляцией возмущения
- б) коррелограммой
- в) законом распределения вероятностей
- г) полигоном

17) Вычислите коэффициент корреляции r_τ динамического ряда (с лагом $\tau=1$):

t	1	2	3	4	5
x_t	3	13	12	5	7

Ответ округлите до целых и укажите цифрами.

18) Кривая накопленных частот (частостей) вариационного ряда называется ...

- а) среднее выборочное
- б) кумулята
- в) полигон
- г) гистограмма
- д) коэффициент симметрии

19) Любое предположение о виде или параметрах неизвестного закона распределения называется ...

- а) случайной величиной
- б) статистической гипотезой
- в) функцией распределения
- г) статистическим исследованием

20) Проверяемую статистическую гипотезу называют ...

- а) конкурирующей
- б) случайной
- в) дискретной
- г) нулевой
- д) медицинской

21) Вероятность допустить ошибку 1-го рода, т.е. отвергнуть нулевую (основную) гипотезу, когда она верна, называется ...

- а) мощностью критерия
- б) уровнем значимости критерия
- в) вероятностью исследования
- г) размахом гипотезы

22) Связь между двумя переменными – это ...

- а) корреляция

- б) дисперсия
- в) среднее отклонение
- г) среднее арифметическое
- д) мощность

23) Статистическая зависимость среднего значения случайной величины от значений другой случайной величины или нескольких случайных величин называется ...

- а) корреляцией
- б) дисперсией
- в) средним отклонением
- г) регрессией
- д) мощностью

24) Обобщающий показатель, который дает числовую меру соотношения двух сопоставляемых абсолютных величин называется:

- а) характеристикой
- б) размахом
- в) относительной величиной
- г) средней арифметической
- д) сдвигом

25) Научная деятельность, направленная на выявление и изучение возможных альтернатив будущего развития и структуры его вероятных траекторий называется ...

- а) прогнозированием
- б) наблюдением
- в) экспериментом
- г) сбором данных

На выполнение тестового задания обучающемуся дается 25 минут. Тест оценивается по 100-балльной шкале (4 балла за каждое верно выполненное задание). Тест считается пройденным при получении 70 баллов и выше, в противном случае тест (и промежуточная аттестация) считается не пройденной, что соответствует результату «не зачтено»).

2) Если обучающийся прошел тест (его результат не менее 70 баллов), то он может приступить к выполнению практического задания, которое включает 3 задач по следующим темам:

- 1) Математическая и статистическая вероятности, основы комбинаторики
- 2) События и операции над ними
- 3) Случайные величины и их характеристики
- 4) Вариационные и динамические ряды
- 5) Корреляционно-регрессионный анализ

Фонд практических заданий находится в банке вопросов ЭУМК, типовые задания приведены в Приложении 2 к рабочей программе дисциплине.

Пример КИМ с практическими заданиями для промежуточной аттестации:

1) На каждой из десяти одинаковых карточек написана одна из следующих букв: а, т, т, е, с, т, а, ц, и, я. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вытянутых по одной и расположенных "в одну линию" карточках, можно будет прочесть слово "тест".

2) Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7, второго - 0,8. Какова вероятность:

- а) хотя бы одного попадания;
 - б) ровно одного попадания;
 - в) двух попаданий,
- если каждый сделал по одному выстрелу.

3) Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

X принимает значения 5, 2, 4 с вероятностями 0,6, 0,1, 0,3 соответственно;

Y принимает значения 7, 9 с вероятностями 0,8, 0,2 соответственно.

Составить законы распределения случайных величин $X+Y$, $2X$, $X*Y$. Вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины $X+Y$. Составить функцию распределения случайной величины $2X$. Нарисовать графики полигона распределения вероятностей и функции распределения случайной величины $2X$.

4) Проводились наблюдения над числом X оценок полученных на экзамене по математике в течение часа. Получены следующие результаты:

3; 4; 3; 5; 4; 2; 2; 4; 4; 3;

5; 2; 4; 5; 4; 3; 4; 3; 3; 4;

4; 2; 2; 5; 5; 4; 5; 2; 3; 4;

4; 3; 4; 5; 2; 5; 2; 4; 3; 3;

4; 2; 4; 4; 5; 4; 3; 5; 3; 5;

4; 4; 5; 4; 4; 5; 4; 5; 4; 5.

а) построить полигон (гистограмму), кумуляту и эмпирическую функцию распределения;

б) найти среднюю арифметическую \bar{x} ;

в) найти медиану Me и моду Mo ;

г) найти дисперсию s^2 , среднее квадратическое отклонение s и коэффициент вариации v ;

д) найти начальные ν_k и центральные μ_k моменты ($k = 1; 2$).

5) Провести корреляционно-регрессионный анализ (коэффициент корреляции, корреляционное поле с линией регрессии, уравнение линии регрессии) зависимости площади пораженной части легких у людей, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения:

Число лет курения	25	36	22	25	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части, %	55	60	50	45	75	70	70	55	60	55

Указать характер зависимости.

Выполнение практических заданий оценивается по 5-балльной шкале, причем задания 1, 2, 3, 4, 5 имеют веса 1, 1, 2, 3, 3 соответственно (максимальные баллы за выполнение 1, 2, 3, 4, 5 задания равны 0,5, 0,5, 1, 1,5, 1,5 соответственно). Оценивание решений практических заданий осуществляется согласно приведенной выше методике оценивания выполнения заданий текущей аттестации.

Практические задания считаются выполненными, если полученный за них балл составляет не менее 2,5, в противном случае практические задания считаются не выполненными, а промежуточная аттестация – не пройденной (что соответствует результату «не зачтено»).

Результат выполнения 1-3 задач практических заданий может быть использован в качестве оценки за текущую аттестацию при подсчете рейтинга обучающегося.

3) Если обучающийся прошел тест (его результат не менее 70 баллов) и выполнил практические задания (соответствующий результат не менее 2,5 баллов), то он может приступить к отчету о выполнении исследовательского проекта.

Примерные темы исследовательского проекта:

1. Исследование показателей общей заболеваемости населения
2. Исследование показателей заболеваемости детского населения
3. Исследование показателей заболеваемости органов дыхания
4. Исследование показателей заболеваемости органов пищеварения
5. Исследование показателей заболеваемости населения глазными болезнями
6. Исследование показателей заболеваемости населения сахарным диабетом

7. Исследование показателей заболеваемости населения сифилисом
8. Исследование показателей заболеваемости населения алкоголизмом
9. Исследование показателей заболеваемости населения наркоманией
10. Исследование показателей заболеваемости населения туберкулезом
11. Исследование показателей заболеваемости населения гепатитом
12. Исследование показателей заболеваемости населения ВИЧ
13. Исследование показателей заболеваемости населения менингитом
14. Исследование показателей заболеваемости болезнями, характеризующимися повышенным кровяным давлением
15. Исследование показателей заболеваемости населения Covid-19
16. Исследование численности и территориального распределения аптечных организаций в России
17. Исследование численности и территориального распределения аптечных организаций в Воронежской области
18. Исследование эффективности, спроса, продаж и т.д. лекарственного препарата (например, корвалол (25 мл.), валокордин (20 мл.), арбидол (100 мг. 10 капсул (таблеток)), цефтриаксон (1 гр.), Алмагеля (суспензия, 200 мл.), Ренни (12 таблеток)).

Описание работы над проектом и представления его результатов

Обучающийся выбирает тему из примерного перечня тем для исследовательского проекта или формулирует тему самостоятельно, согласует тему с преподавателем (в случае самостоятельно сформулированной темы, поясняет ее актуальность). Если одна из тем исследования уже выбрана некоторой рабочей группой (подтверждено преподавателем), остальные рабочие группы не могут ее изучать в ходе выполнения исследовательского проекта.

Исследовательский проект выполняется в группе численностью до 3-4 человек.

Необходимо выделить ключевые характеристики (показатели) исследуемой задачи, по которым будет производиться поиск в научной литературе / сбор первичных данных.

Если для получения первичных данных группа анализирует научные публикации (за последние 3-5 лет), то их количество должно быть не менее 10 (статья должна быть представлена в полнотекстовом варианте и структурирована в соответствии со стандартными требованиями с выделением разделов, (например, «Аннотация», «Введение», «Методика исследования», «Выводы»). Статьи необходимо сохранить в электронном виде (отсканировать или скачать). Перечень данных статей также приводится в презентации (оформляется по ГОСТ). При работе с официальными сайтами, содержащими статистические данные, соответствующие используемые данные следует скопировать в отдельный документ (скачать), вначале которого указываются выходные данные сайта. Приведенные выше данные (файлы) вместе с файлом-презентацией проекта не менее, чем за сутки до начала его защиты должны быть переданы преподавателю (размещены в ЭУМК «Медицинская статистика» на Образовательном портале «Электронный университет ВГУ»).

Если для получения первичных данных проводится самостоятельное статистическое наблюдение, то необходимо соблюсти репрезентативность выборки. В презентации указываются основные принципы проведения статистического наблюдения (форма, способы, показатели, требования и т.д.).

При проведении обобщения собранных данных необходимо использовать различные способы обработки статистических данных (обработка вариационных, динамических рядов методом изучения их характеристик), наглядно (в виде диаграмм, графиков и т.д.) демонстрировать полученные результаты. Следует попытаться выявить связь различных показателей исследуемого процесса, динамику его развития.

Полученные результаты следует представить в виде презентации, отражающей следующую информацию:

- Тема научного исследования, состав рабочей группы.

- Подтверждение актуальности темы.
 - Цели и задачи исследования, график работы над проектом, зоны ответственности участников группы.
 - Сбор данных по теме исследования (источники (в случае, если проводится анализ научной литературы) или описание проведенного статистического наблюдения (в случае, если проводится самостоятельное статистическое исследование), показатели процесса.
 - Обобщение и группировка числовых значений показателей процесса. Результаты обработки собранных данных статистическими методами, графическая интерпретация. Поиск связи между показателями процесса. Прогнозирование.
 - Трактовка полученных результатов в аспекте поставленной задачи.
- Защита исследовательского проекта состоит в представлении его результатов (с предварительным описанием) (не более 10 минут) и дискуссии на соответствующую тему (не более 15 минут).

Результаты выполнения проекта оцениваются по 4-балльной шкале:

Оценка	решение поставленной в проекте задачи	владение теоретическим материалом	презентация результатов решения
отлично – 3 балла	решена полностью	владеет теоретическим материалом, использованном при решении задачи и отвечает на теоретические вопросы за пределами решенной задачи	проект выполнен и его результаты сформированы в соответствии с вышеуказанными требованиями; презентация оформлена согласно критериям оформления (содержание, четкость, аккуратность, наглядность); регламент доклада выдержан (10 минут); были получены ответы на все вопросы в ходе дискуссии (об исследуемой проблеме, применении знаний и умений, полученных в ходе изучения дисциплины)
хорошо – 2 балла	решена полностью или имеется не более одной ошибки/недочета, которые исправляются во время ответа	владеет теоретическим материалом, использованном при решении задачи	проект выполнен и его результаты сформированы в соответствии с вышеуказанными требованиями; презентация оформлена согласно критериям оформления; регламент доклада выдержан; были получены ответы на все вопросы в ходе дискуссии (об исследуемой проблеме, применении знаний и умений, полученных в ходе изучения дисциплины)
удовлетворительно – 1 балл	решена не полностью, ошибки (более одной) устраняются по подсказке преподавателя	неуверенно владеет теоретическим материалом, использованном при решении задачи	проект выполнен и его результаты сформированы в соответствии с вышеуказанными требованиями; допущены недочеты при оформлении презентации и/или регламент доклада не выдержан и/или получены ответы не на все вопросы в ходе дискуссии (об исследуемой проблеме, применении знаний и умений, полученных в ходе изучения дисциплины)
неудовлетворительно – 0 баллов этап не пройден	задача не решена	не владеет теоретическим материалом, необходимым для решения задачи	проект не выполнен или допущены существенные ошибки, приведшие к неверным выводам в решении поставленных задач или

			результаты проекта не сформулированы в соответствии с вышеуказанными требованиями или обучающийся неверно ответил / ответ отсутствует на все вопросы в ходе дискуссии (об исследуемой проблеме, применении знаний и умений, полученных в ходе изучения дисциплины)
--	--	--	--

Результаты обучающегося по текущей аттестации по дисциплине по решению кафедры могут учитываться при проведении промежуточной аттестации:

– если обучающимся пройдена текущая аттестация, то в ходе промежуточной аттестации ему разрешается не выполнять 1-3 практические задачи; результат выполнения практических заданий в этом случае вычисляется следующим образом 2 + результат выполнения 3, 4 заданий (по 3-балльной шкале).

Если в ходе обучения обучающийся успешно проходил электронные тренировочные тесты по лекционным материалам (см. п. 14) (все (возможно, за исключением одного теста) оценены не менее, чем на 70 баллов), то тест промежуточной аттестации для него считается пройденным, и обучающийся сразу переходит к этапу выполнения практических заданий.

С целью повышения рейтинга на последней отработке у преподавателя, проводящего лабораторные занятия у соответствующей группы, обучающемуся предоставляется возможность еще раз пройти текущую аттестацию (в этом случае наибольшая из полученных оценок (в основной этап ТА / 1-3 задания на втором этапе ПА / ТА на отработке) будет использована при расчете рейтинга студента).

Сопоставление шкалы оценок за промежуточную аттестацию и результатов освоения дисциплины.

Шкала оценивания	Оценка за промежуточную аттестацию	Результат освоения дисциплины
зачтено	оценка «зачтено» выставлена по результатам текущей успеваемости ИЛИ в ходе промежуточной аттестации на общих основаниях (при «текущей успеваемости» ниже 3,0) успешно пройдены все три этапа (суммарно от 3 до 5 баллов)	Обучающийся: знает: – основные статистические понятия и математические методы, необходимые при решении профессиональных задач; умеет: – осуществлять обработку данных и применять основные математические методы при решении профессиональных задач; – использовать специализированное программное обеспечение для решения профессиональных задач; владеет навыками: – анализа данных, моделирования и прогнозирования при решении профессиональных задач.
не зачтено	в противном случае	Не достигнуты указанные выше результаты.

Задания Приложений 1 и 2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины

Приложение 1

Типовые тестовые задания (ОПК-1.4 (знать ...))

ВОПРОС 1.1. Статистика - это ...

– **наука, изучающая количественную сторону общественных явлений или процессов в непрерывной связи с их качественной стороной, в конкретных условиях места и времени**

– сбор необходимых данных, отражающих состояние общественных явлений или процессов в конкретных условиях места и времени

– совокупность чисел, отражающих состояние общественных явлений или процессов в конкретных условиях места и времени.

ВОПРОС 1.2. Предмет статистики - это

– количественная характеристика массовых явлений или процессов

– **закономерности общественной жизни**

– инструменты статистического анализа

ВОПРОС 1.3. Кто впервые ввел термин "статистика"?

– В. Петти

– М.В. Ломоносов

– Л. Кетле

– **Г. Ахенваль**

ВОПРОС 1.4. Первая всероссийская перепись населения была проведена в

– 1920 г.

– 2002 г.

– **1897 г.**

ВОПРОС 1.5. Статистическое наблюдение - это ...

– регистрация статистических данных на основе осмотра наблюдаемых объектов

– проверка правильности выполнения статистических расчетов

– **научно организованный сбор первичной информации о единицах исследуемой совокупности**

ВОПРОС 1.6. Целью статистического наблюдения является ...

– **получение первичной информации, необходимой для расчета обобщающих показателей и формирования выводов о закономерностях состояния и развития исследуемых явлений и процессов**

– оценка правильности выполнения учетных статистических операций на предприятиях

– получение данных о соблюдении гражданами паспортного режима

ВОПРОС 1.7. Объект статистического изучения - это ...

– **статистическая совокупность**

– совокупность признаков

– совокупность статистических показателей

ВОПРОС 1.8. Под статистической методологией понимают ...

– систему статистических показателей

– **совокупность методов, способов, правил исследования социально-экономических процессов**

- концепцию статистического исследования

ВОПРОС 1.9. Статистическая совокупность - это ...

- комплекс признаков, характеризующих единицу совокупности
- **множество качественно однородных варьирующих единиц, в которых проявляется изучаемая закономерность**
- система статистических показателей

ВОПРОС 1.10. В чем заключается основная проблема медицинской статистики?

- создание банка форм статистической отчетности
- **объективная оценка деятельности системы здравоохранения и общественного здоровья**
- сбор медицинской информации

ВОПРОС 2.1. Назовите компоненты формулы $P(A) = \frac{m}{n}$

- $P(A)$
- m
- n

Варианты для выбора:

- вероятность события A
- число случаев, благоприятствующих событию A
- общее число случаев

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных компонент.

ВОПРОС 2.2. Назовите компоненты формулы $\omega(A) = \frac{m}{n}$

- $\omega(A)$
- m
- n

Варианты для выбора:

- относительная частота появления события A
- число испытаний, в которых появилось событие A
- общее число испытаний

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных компонент.

ВОПРОС 2.3. Как называется событие, если в результате испытания оно обязательно должно произойти?

- противоположным
- **достоверным**
- невозможным
- случайным

ВОПРОС 2.4. Как называется событие, если в результате испытания оно вообще не может произойти?

- противоположным
- **невозможным**
- случайным
- достоверным

ВОПРОС 2.5. Как называют события, если наступление одного из них исключает наступление любого другого?

- достоверным
- **несовместные**
- невозможным
- случайным

ВОПРОС 2.6. Как называют равновозможные исходы некоторого испытания, образующие полную группу событий?

- достоверными
- **элементарными**
- равномошными
- вероятными

ВОПРОС 2.7. Событие В называется ... от события А, если его вероятность не меняется от того, произошло событие А или нет.

Укажите пропущенный термин в соответствующем падеже

Ответ: независимым

ВОПРОС 2.8. Чему равна вероятность достоверного события (с помощью цифр укажите число)?

Ответ: 1

ВОПРОС 2.9. Чему равна вероятность невозможного события (с помощью цифр укажите число)?

Ответ: 0

ВОПРОС 2.10. Сопоставьте наименования свойств сложения и умножения событий

- $A + B = B + A$
- $AB = BA$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A(BC) = (AB)C$
- $A(B + C) = AB + AC$

Варианты для выбора:

- коммутативность сложения
- коммутативность умножения
- ассоциативность сложения
- ассоциативность умножения
- дистрибутивность

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных свойств.

ВОПРОС 2.11. Дополните равенство для событий

$$A + A = \dots$$

- A
- Ω
- \emptyset

ВОПРОС 2.12. Дополните равенство для событий

$$A + \Omega = \dots$$

- A
- Ω
- \emptyset

ВОПРОС 2.13. Дополните равенство для событий

$$A + \emptyset = \dots$$

- A
- Ω
- \emptyset

ВОПРОС 2.14. Дополните равенство для событий

$$AA = \dots$$

- A
- Ω
- \emptyset

ВОПРОС 2.15. Дополните равенство для событий

$$A\Omega = \dots$$

- A
- Ω
- \emptyset

ВОПРОС 2.16. Дополните равенство для событий

$$A\emptyset = \dots$$

- A
- Ω
- \emptyset

ВОПРОС 2.17. В урне 15 красных, 6 синих, 3 белых и 5 желтых мячиков. Сколько существует способов извлечения из урны синих или белых мячиков (в отчете цифрами укажите число)?

Ответ: 9

ВОПРОС 2.18. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий (в ответе цифрами укажите число)?

Ответ: 1

ВОПРОС 2.19. Если комбинации из n элементов по m отличаются только составом элементов, либо порядком их расположения (либо тем и другим), то такие комбинации называются

- **размещениями из n элементов по m**
- размещения с повторениями из n элементов по m
- сочетаниями из n элементов по m
- сочетаниями с повторениями из n элементов по m
- перестановками из n элементов
- перестановками с повторениями из n элементов

ВОПРОС 2.20. Если комбинации из n элементов по m отличаются только составом элементов, то такие комбинации называются

- размещениями из n элементов по m
- размещения с повторениями из n элементов по m
- **сочетаниями из n элементов по m**
- сочетаниями с повторениями из n элементов по m
- перестановками из n элементов
- перестановками с повторениями из n элементов

ВОПРОС 2.21. Если комбинации из n элементов отличаются только порядком расположения этих элементов, то такие комбинации называются

- размещениями из n элементов по m
- размещения с повторениями из n элементов по m
- сочетаниями из n элементов по m
- сочетаниями с повторениями из n элементов по m
- **перестановками из n элементов**
- перестановками с повторениями из n элементов

ВОПРОС 2.22. Чему равно число перестановок из 3 элементов (в ответе цифрами укажите число)?

Ответ: 6

ВОПРОС 3.1. Две случайные величины называются ..., если закон распределения одной из них меняется от того, какие возможные значения приняла другая величина

- непрерывными
- независимыми
- дискретными
- случайными
- **зависимыми**

ВОПРОС 3.2. Укажите вид случайной величины

- рост человека
- число проданных в аптеке упаковок Аспирина в течение месяца
- число покупателей лекарственных средств в аптеке в течение суток
- доход аптечной организации за неделю

Варианты для выбора:

- дискретная
- непрерывная

Ответ (варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных величин);

- **непрерывная**
- дискретная
- дискретная
- **непрерывная**

ВОПРОС 3.3. Укажите вид случайной величины

- дальность полета артиллерийского снаряда
- число произведенных выстрелов по мишени до первого попадания
- доход аптечной организации за месяц
- число родившихся детей в течение суток в г. Воронеже

Варианты для выбора:

- дискретная
- непрерывная

Ответ (варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных величин);

- **непрерывная**
- дискретная
- **непрерывная**
- дискретная

ВОПРОС 3.4. $X = 1 = const$, $M(X) = \dots$

- 0
- 100
- 0,5
- **1**

ВОПРОС 3.5. X - дискретная случайная величина. Величина $M(X - M(X))^2$ называется ... случайной величины

- математическим ожиданием
- стандартным отклонением
- плотностью вероятности
- вероятностью
- **дисперсией**

ВОПРОС 3.6. $C = const$, $D(C) = \dots$

- X
- **0**
- C
- 1

ВОПРОС 3.7. X, Y - независимые случайные величины. $D(2X - 3Y) = \dots$

- $2D(X) + 3D(Y)$
- $4D(X) + 9D(Y)$
- $2D(X) - 3D(Y)$
- $4D(X) - 9D(Y)$

ВОПРОС 3.8. X, Y - независимые случайные величины. $D(X - Y) = \dots$

- $D(X) + D(Y)$
- $D(X) - D(Y)$
- $D(X)/D(Y)$
- $D(X) * D(Y)$

ВОПРОС 3.9. X - дискретная случайная величина. Величина $\sqrt{M(X - M(X))^2}$ называется ... случайной величины

- математическим ожиданием
- **стандартным отклонением**
- плотностью вероятности
- вероятностью
- дисперсией

ВОПРОС 3.10. Вычислите математическое ожидание дискретной случайной величины X , принимающей значения 1; 2; 3; 4 с вероятностями 0,2; 0,1; 0,4; 0,3 соответственно. Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую)

Ответ: 2,8

ВОПРОС 3.11. Вычислите математическое ожидание дискретной случайной величины X , принимающей значения -1; 0; 1; 2 с вероятностями 0,1; 0,3; 0,2; 0,4 соответственно. Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую)

Ответ: 0,9

ВОПРОС 3.12. Вычислите дисперсию дискретной случайной величины X , принимающей значения 1; 2; 3; 4 с вероятностями 0,2; 0,1; 0,4; 0,3 соответственно. Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую)

Ответ: 1,16

ВОПРОС 3.13. X, Y - независимые случайные величины. $D(X) = 3, D(Y) = 2. D(2X - 3Y + 7) = \dots$ (в ответе цифрами укажите число)

Ответ: 30

ВОПРОС 3.14. Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными случайными величинами и соответствующими им вероятностями - это ...

- непрерывная случайная величина
- **закон распределения случайной величины**
- математическое ожидание случайной величины
- плотность распределения
- дисперсия случайной величины

ВОПРОС 3.15. Дискретная случайная величина X принимает значения 1; 2; 3; 4 с вероятностями 0,2; 0,1; 0,4; 0,3 соответственно. С какой вероятностью случайная величина $2X$ примет значение 4? Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую)

Ответ: 0,1

ВОПРОС 3.16. Дискретная случайная величина X принимает значения 1; 2; 3; 4 с вероятностями 0,2; 0,1; 0,4; 0,3 соответственно. С какой вероятностью случайная величина X^2 примет значение 4? Ответ укажите в виде десятичной дроби (используйте запятую)

Ответ: 0,1

ВОПРОС 3.17. Дискретная случайная величина X принимает значения 1; 2; 3; 4 с вероятностями 0,2; 0,1; 0,4; 0,3 соответственно. Чему равно значение функции распределения $F(X)$ этой случайной величины в $x = 1,5$?

- 1
- 0,7
- 0,3
- **0,2**

ВОПРОС 4.1. Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными случайными величинами и соответствующими им вероятностями - это ...

- **закон распределения случайной величины**
- дисперсия случайной величины
- непрерывная случайная величина
- математическое ожидание случайной величины
- плотность распределения

ВОПРОС 4.2. Дискретная случайная величина X имеет ... с параметрами n и p , если она принимает значения 1; 2; 3; ...; m ; ...; n с вероятностями $P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, где $0 < p < 1, q = 1 - p$

- равномерное распределение
- гипергеометрическое распределение
- геометрическое распределение
- **биномиальный закон распределения**
- закон распределения Пуассона

ВОПРОС 4.3. Дискретная случайная величина X имеет ... с параметром λ , если она принимает значения $1; 2; 3; \dots; m; \dots$ (бесконечное, но счетное множество) с вероятностями $P(X = m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} = P_m(\lambda)$

- равномерное распределение
- гипергеометрическое распределение
- геометрическое распределение
- биномиальный закон распределения
- **закон распределения Пуассона**

ВОПРОС 4.4. Дискретная случайная величина X имеет ... с параметром p , если она принимает значения $1; 2; 3; \dots; m; \dots$ (бесконечное, но счетное множество) с вероятностями $P(X = m) = p^m q^{m-1}$, где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$

- равномерное распределение
- гипергеометрическое распределение
- **геометрическое распределение**
- биномиальный закон распределения
- закон распределения Пуассона

ВОПРОС 4.5. Дискретная случайная величина X имеет ... с параметрами n, M, N , если она принимает значения $0; 1; 2; 3; \dots; m; \dots; \min\{n, N\}$ с вероятностями $P(X = m) = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$

- равномерное распределение
- **гипергеометрическое распределение**
- геометрическое распределение
- биномиальный закон распределения
- закон распределения Пуассона

ВОПРОС 4.6. Сопоставьте формулы для вычисления математического ожидания случайной величины с видом ее закона распределения

- $\frac{nM}{N}$
- λ
- $\frac{1}{p}$
- np

Варианты для выбора:

- гипергеометрическое распределение с параметрами n, M, N
- закон Пуассона с положительным параметром лямбда
- геометрическое распределение с параметром p
- биномиальный закон распределение с параметрами n и p

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул вычисления математического ожидания.

ВОПРОС 4.7. Сопоставьте формулы для вычисления дисперсии случайной величины с видом ее закона распределения

- $\frac{nM}{N-1} \left(1 - \frac{M}{N}\right) \left(1 - \frac{n}{N}\right)$
- λ
- $\frac{p}{q^2}$
- npq

Варианты для выбора:

- гипергеометрическое распределение с параметрами n, M, N

- закон Пуассона с положительным параметром лямбда
- геометрическое распределение с параметром p
- биномиальное распределение с параметрами n и p

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул вычисления дисперсии.

ВОПРОС 4.8. Сопоставьте формулы для вычисления среднего квадратического отклонения случайной величины с видом ее закона распределения

- $\sqrt{\frac{nM}{N-1} \left(1 - \frac{M}{N}\right) \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
- $\sqrt{\lambda}$
- $\sqrt{\frac{p}{q^2}}$
- \sqrt{npq}

Варианты для выбора:

- гипергеометрическое распределение с параметрами n, M, N
- закон Пуассона с положительным параметром лямбда
- геометрическое распределение с параметром p
- биномиальное распределение с параметрами n и p

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул вычисления дисперсии.

ВОПРОС 4.9. Непрерывная случайная величина X имеет равномерный закон распределения на отрезке $[a; b]$. Сопоставьте указанные формулы с понятиями для этой случайной величины

- $0(x \leq a), \frac{x-a}{b-a} (a < x \leq b), 1(x > b)$
- $\frac{1}{b-a} (a \leq x \leq b), 0(x < a, x > b)$
- $\frac{(b-a)^2}{12}$
- $\frac{a+b}{2}$

Варианты для выбора:

- функция распределения случайной величины
- плотность вероятности
- дисперсия случайной величины
- математическое ожидание случайной величины

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул.

ВОПРОС 4.10. Непрерывная случайная величина X имеет показательный (экспоненциальный) закон распределения с параметром λ . Сопоставьте указанные формулы с понятиями для этой случайной величины

- $0(x < 0), 1 - e^{-\lambda x} (x > 0)$
- $\lambda e^{-\lambda x} (x \geq 0), 0(x < 0)$
- $\frac{1}{\lambda^2}$
- $\frac{1}{\lambda}$

Варианты для выбора:

- функция распределения случайной величины
- плотность вероятности
- дисперсия случайной величины
- математическое ожидание случайной величины

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул.

ВОПРОС 4.11. Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ^2 . Сопоставьте указанные формулы с понятиями для этой случайной величины

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$
- $\frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$
- σ^2
- a

Варианты для выбора:

- функция распределения случайной величины
- плотность вероятности
- дисперсия случайной величины
- математическое ожидание случайной величины

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул.

ВОПРОС 4.12. Чему равно значение функции Лапласа в точке 0,18 (ответ укажите с помощью запятой, с точностью до 4 знаков после запятой)?

$$\Phi(0,18) = ?$$

Ответ: 0,1428

ВОПРОС 5.1. Различные значений признака (случайной величины X) называются ...

- выборками
- функциями
- свойствами
- случайными
- **вариантами**

ВОПРОС 5.2. Разбиение вариантов на отдельные интервалы называется ...

- упорядочиванием
- выборкой
- **группировкой**
- ранжированием
- градуированием

ВОПРОС 5.3. Числа, показывающие сколько раз встречаются варианты из данного интервала, называются ...

- интервальными
- накопленными частостями
- накопленными частотами
- **частотами**
- частостями

ВОПРОС 5.4. Частоты и частости вариационного ряда называются ...

- выборками
- **весами**
- моментами
- показателями

ВОПРОС 5.5. Кривая накопленных частот (частостей) вариационного ряда называется ...

- коэффициент симметрии

- среднее выборочное
- **кумулята**
- полигон
- гистограмма

ВОПРОС 5.6. Разность между наибольшим и наименьшим вариантами ряда называется ...

- эксцессом
- коэффициентом симметрии
- средним отклонением
- центральным моментом
- **вариационным размахом**

ВОПРОС 5.7. Вариант, которому соответствует наибольшая частота, называется ... вариационного ряда

- **модой**
- дисперсией
- медианой
- коэффициентом симметрии
- эксцессом

ВОПРОС 5.8. Медиана и мода вариационного ряда называются ...

- геометрическим средними
- статистическими средними
- **структурными средними**
- аналитическим средними

ВОПРОС 5.9. Сумма произведений всех вариантов на соответствующие частоты, деленная на сумму частот называется ... вариационного ряда

- **средней арифметической**
- средней квадратической
- средней полиномиальной
- средней гармонической
- средней геометрической

ВОПРОС 5.10. Средняя арифметическая абсолютных величин отклонений вариантов от их средней арифметической называется ... вариационного ряда

- начальным моментом
- модой
- медианой
- дисперсией
- **средним линейным отклонением**

ВОПРОС 5.11. Процентное отношению среднего квадратического отклонения к средней арифметической называется ...

- **коэффициентом вариации**
- начальным моментом
- средним квадратическим отклонением
- центральным моментом
- дисперсией

ВОПРОС 5.12. Выберите верное равенство

- $\overline{x + y} = \bar{x} - \bar{y}$
- $\overline{x * y} = \bar{x} * \bar{y}$
- $\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}$
- $\overline{x - y} = \bar{x} + \bar{y}$

ВОПРОС 5.13. $\overline{x - \bar{x}} = \dots$

- **0**
- \bar{x}
- 1
- s^2

ВОПРОС 5.14. Выберите верное равенство

- $s_{x+C}^2 = s_x^2$
- $s_{x+C}^2 = C s_x^2$
- $s_{x+C}^2 = s_x^2 + C$
- $s_{x+C}^2 = s_x^2 + C^2$

ВОПРОС 5.15. Сопоставьте понятия характеристик вариационного ряда и формулы

- $\frac{\sum_{i=1}^m |x_i - \bar{x}| n_i}{n}$
- $\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^k n_i}{n}$
- $\sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^m x_i^k n_i}{n}}$
- $\frac{\sum_{i=1}^m x_i^k n_i}{n}$

Варианты для выбора:

- среднее линейное отклонение
- центральный момент k -го порядка
- среднее k -го порядка
- начальный момент k -го порядка

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных формул.

ВОПРОС 5.16. Аналогом функции распределения случайной величины для вариационного ряда является ...

- среднее квадратическое отклонение
- **эмпирическая функция распределения**
- кумулятивная кривая
- эксцесс
- медиана

ВОПРОС 5.17. Дискретный ряд:

Номер аптеки: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8

Частота (покупка аспирина в течение марта 2021 года, количество упаковок): 25; 87; 10; 8; 14; 7; 12; 45.

Вычислите вариационный размах количества проданных упаковок аспирина в марте 2021 года (ответ округлите до целого и укажите цифрами)

Ответ: 80

ВОПРОС 5.18. Дискретный ряд:

Номер аптеки: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8

Частота (покупка аспирина в течение марта 2021 года, количество упаковок): 25; 87; 10; 8; 14; 7; 12; 45.

Вычислите среднее арифметическое количества проданных упаковок аспирина в марте 2021 года (ответ округлите до целого и укажите цифрами)

Ответ: 26

ВОПРОС 6.1. Динамический ряд x_t ($t = 1; 2; \dots; n$ называется ..., если совместное распределение вероятностей n наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n такое же, как и $x_{1+\tau}, x_{2+\tau}, \dots, x_{n+\tau}$ наблюдений при любых n, t и τ .

- случайным
- **строго стационарным**
- корреляционным
- временным

ВОПРОС 6.2. Отдельные элементы динамического ряда называются его ...

- средним
- **уровнями**
- сглаживанием
- полигоном

ВОПРОС 6.3. упорядочите этапы анализа динамического ряда по порядку из выполнения

- прогнозирование развития изучаемого процесса на основе имеющегося временного ряда
- сглаживание и фильтрация
- выявление и удаление закономерных (неслучайных) составляющих временного ряда (тренда, сезонных и циклических составляющих)
- исследование случайной составляющей временного ряда, построение и проверка адекватности математической модели для ее описания
- графическое представление и описание поведения динамического ряда
- исследование взаимосвязи между различными временными рядами

Варианты для выбора:

- 5
- 3
- 2
- 4
- 1
- 6

* варианты для выбора приведены в порядке выполнения этапов анализа динамического ряда.

ВОПРОС 6.4. График выборочной автокорреляционной функции называется ...

- законом распределения вероятностей
- **коррелограммой**
- автокорреляцией возмущения
- полигоном

ВОПРОС 6.5. Степень тесноты между последовательностями x_1, x_2, \dots, x_n и $x_{1+\tau}, x_{2+\tau}, \dots, x_{n+\tau}$ определяется с помощью

- выборочной автокорреляционной функции
- полигона
- **коэффициента корреляции**
- дисперсии

ВОПРОС 6.6. Сопоставьте компоненты динамического ряда

- компонента, отражающая влияние не поддающихся учету и регистрации случайных факторов
- компонента, отражающая повторяемость процессов в течение не очень длительного периода
- компонента, отражающая повторяемость процессов в течение длительных периодов
- плавно меняющаяся компонента, описывающая чистое влияние долговременных факторов

Варианты для выбора:

- случайная
- сезонная
- циклическая
- тренд

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных компонент.

ВОПРОС 6.7. Сопоставьте наименования сглаживающих функций

- $f(t) = b_0 + b_1t$
- $f(t) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + \dots + b_nt^n$
- $f(t) = e^{b_0+b_1t}$
- $f(t) = \frac{a}{1+be^{-ct}}$
- $\log_c f(t) = a - br^t, 0 < r < 1$

Варианты для выбора:

- линейная
- полиномиальная
- экспоненциальная
- логистическая
- Гомперца

* варианты для выбора приведены в порядке вышеуказанных функций.

ВОПРОС 6.8. Вычислите среднее арифметическое значение чисел 213; 171; 291. В ответе цифрами укажите число

Ответ: 225

ВОПРОС 6.9. Вычислите коэффициент автокорреляции динамического ряда (с лагом $\tau = 1$): $t = 1; 2; 3; 4; 5$, соответствующие $x_t = 15; 7; 8; 10; 13$.

Ответ округлите до целых и укажите цифрами

Ответ: 0

ВОПРОС 7.1. Любое предположение о виде или параметрах неизвестного закона распределения называется ...

- функцией распределения
- случайной величиной
- **статистической гипотезой**
- статистическим исследованием

ВОПРОС 7.2. Проверяемую статистическую гипотезу называют ...

- дискретной
- **нулевой**
- конкурирующей
- медицинской
- случайной

ВОПРОС 7.3. Область отклонения основной гипотезы называется ...

- областью допустимых значений
- областью ковариации
- **критической областью**
- областью достоверности
- областью принятия гипотезы

ВОПРОС 7.4. Правило, по которому основная гипотеза отвергается или принимается называется ...

- стандартным отклонением
- **статистическим критерием**
- правдоподобием
- статистической гипотезой
- статистикой

ВОПРОС 7.5. Вероятность допустить ошибку 1-го рода, т.е. отвергнуть нулевую (основную) гипотезу, когда она верна, называется ...

- вероятностью исследования
- **уровнем значимости критерия**
- размахом гипотезы
- мощностью критерия

ВОПРОС 7.6. Вероятность не допустить ошибку 2-го рода, т.е. отвергнуть нулевую (основную) гипотезу, когда она неверна, называется ...

- размахом гипотезы
- уровнем значимости критерия
- вероятностью исследования
- **мощностью критерия**

ВОПРОС 7.7. Связь между двумя переменными – это ...
среднее отклонение

- мощность
- **корреляция**
- среднее арифметическое
- дисперсия

ВОПРОС 7.8. Коэффициент корреляции Пирсона вычисляется по формуле ...

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2) \cdot (\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}$$
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2) \cdot (\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}$$
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2) + (\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}$$
$$r = \frac{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})) \cdot (\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}))}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2) \cdot (\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}$$

ВОПРОС 7.9. Коэффициент корреляции двух переменных равен -0,65, следовательно, ...

- переменные очень высоко коррелируют
- переменные очень слабо коррелируют
- переменные слабо коррелируют
- переменные высоко коррелируют
- **переменные средне коррелируют**

ВОПРОС 7.10. Статистическая зависимость среднего значения случайной величины от значений другой случайной величины или нескольких случайных величин называется ...

- мощностью
- корреляцией
- дисперсией
- средним отклонением
- **регрессией**

ВОПРОС 7.11. Математическое ожидание возмущения в линейной регрессионной модели равно ...

- 1
- \bar{x}
- 0
- $M(1)$

ВОПРОС 7.12. Даны значения двух величин:

X: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Y: 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Вычислите коэффициент корреляции этих величин (округлите ответ до сотых и укажите цифрами, используйте запятую)

Ответ: -1

ВОПРОС 8.1. Какие величины используются для изучения совокупности, которая характеризуется, главным образом, альтернативным распределением качественных признаков?

- абсолютные
- **относительные**

ВОПРОС 8.2. Группировка, в которой группы образованы только по одному признаку - это:

- вторичная группировка
- **простая группировка**
- комбинационная группировка

ВОПРОС 8.3. Группировка статистических данных по способу построения классифицируется на:

- **простую и комбинационную**
- компьютерную и ручную
- первичную и вторичную

ВОПРОС 8.4. Группировка статистических данных по упорядоченности исходных данных классифицируется на:

- простую и комбинационную
- **первичную и вторичную**
- компьютерную и ручную

ВОПРОС 8.5. Процесс образования новых групп на основе группировки, произведенной по первичным данным - это:

- комбинационная группировка
- **вторичная группировка**
- простая группировка

ВОПРОС 8.6. Разбиение разнородной совокупности единиц наблюдения на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе социально-экономических типов явлений - это:

- структурная группировка
- **типологическая группировка**
- аналитическая группировка

ВОПРОС 8.7. Интенсивные показатели используются для:

- сравнения различных совокупностей
- характеристики структуры изучаемой совокупности
- выявления закономерностей в течение различных заболеваний
- **оценки динамики изучаемого явления**

ВОПРОС 8.8. Экстенсивные показатели используются для:

- сравнения различных совокупностей
- **характеристики удельного веса составляющих признаков в изучаемой совокупности**
- характеристики структуры изучаемого явления

ВОПРОС 8.9. Показатели наглядности используются для:

- **сравнения размеров признака в изучаемых совокупностях**
- расчетов обеспеченности населения медицинской помощью
- оценки структуры совокупности
- оценки динамики изучаемого процесса

ВОПРОС 8.10. Показатели соотношения используются для:

- расчета частоты возникновения заболеваний
- **расчета обеспеченности населения различными видами медицинской помощи (кадры, лекарственные препараты, ...)**
- расчета структуры изучаемой совокупности

ВОПРОС 8.11. Заболеваемость студентов желудочно-кишечными заболеваниями за определенный период (год) - это показатель:

- наглядности
- **интенсивный**
- соотношения
- экстенсивный

ВОПРОС 8.12. Обеспеченность населения койками - это показатель:

- интенсивный
- наглядности
- экстенсивный
- **соотношения**

ВОПРОС 8.13. Распределение населения города Н. по возрастным группам - это показатель:

- **экстенсивный**
- интенсивный
- наглядности
- соотношения

ВОПРОС 8.14. Научная обработка первичных данных с целью получения обобщенных характеристик изучаемого социально-экономического явления по ряду существенных для него признаков с целью выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом - это:

- распределение статистических данных
- вычисление абсолютных и относительных показателей
- **сводка статистических данных**

ВОПРОС 8.15. Сводка статистических данных по глубине и точности обработки материалов классифицируется на:

- **простую и сложную**
- централизованную и децентрализованную
- компьютерную и ручную

ВОПРОС 8.16. Сводка статистических данных по технике исполнения классифицируется на:

- простую и сложную
- **компьютерную и ручную**
- централизованную и децентрализованную

ВОПРОС 8.17. Сводка статистических данных по форме обработки материалов классифицируется на:

- **централизованную и децентрализованную**
- компьютерную и ручную
- простую и сложную

ВОПРОС 8.18. Операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения и оформление этого материала в статистических таблицах - это:

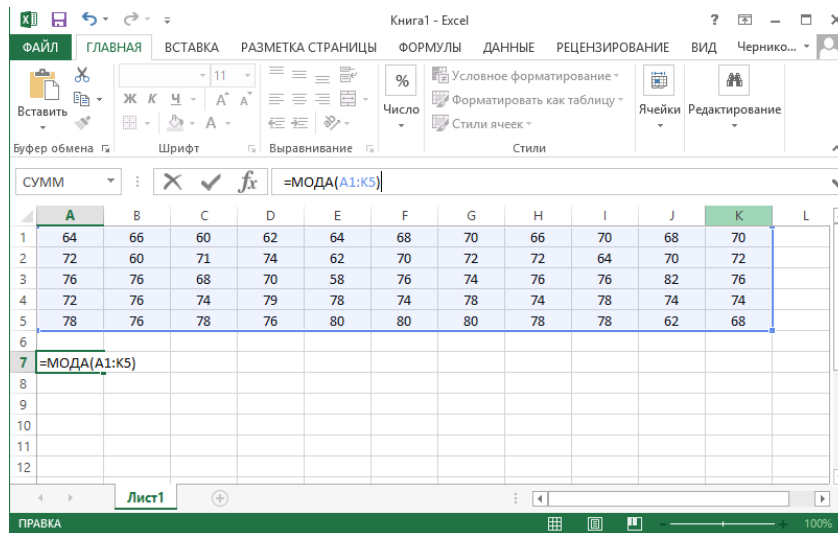
- централизованная сводка
- ручная сводка
- **простая сводка**
- компьютерная сводка
- сложная сводка
- децентрализованная сводка

ВОПРОС 8.19. Научная деятельность, направленная на выявление и изучение возможных альтернатив будущего развития и структуры его вероятных траекторий называется ...

- **прогнозированием**
- наблюдением
- экспериментом
- сбором данных

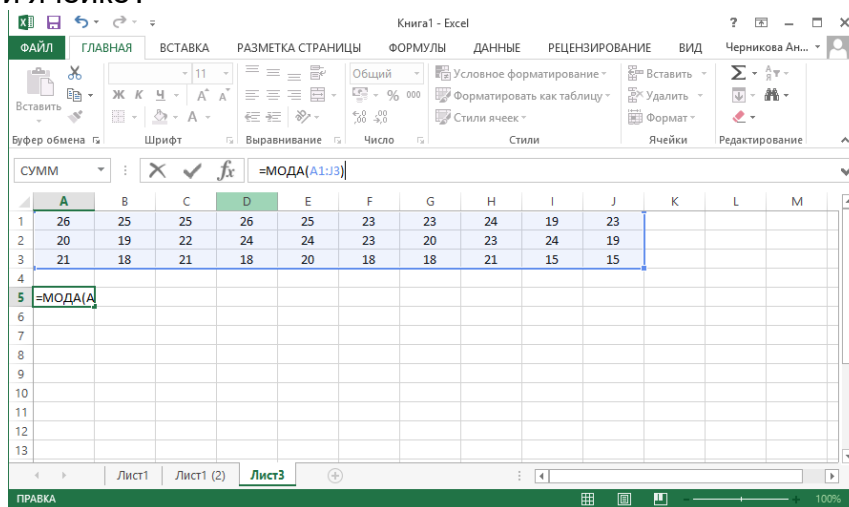
(ОПК-6.3 (уметь ...))

ВОПРОС 1. Известны частоты пульса (число ударов в минуту) у 55 студентов-медиков перед экзаменом. В MS Excel (LibreOffice Calc) введена функция =МОДА(...). Какое значение получится в соответствующей ячейке?



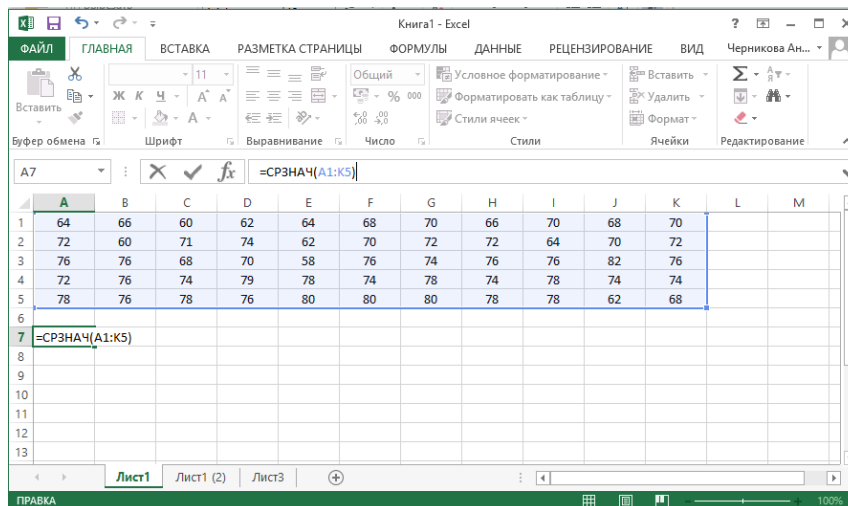
- 76
- 0
- 24
- 72

ВОПРОС 2. Известна численность студентов в 30 группах фармацевтического факультета. В MS Excel (LibreOffice Calc) введена функция =МОДА(...). Какое значение получится в соответствующей ячейке?



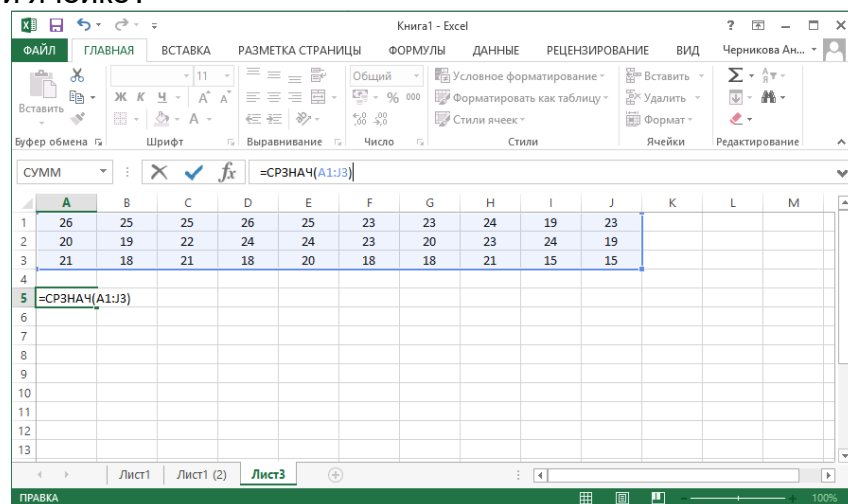
- 30
- 23
- 15
- 26

ВОПРОС 3. Известны частоты пульса (число ударов в минуту) у 55 студентов-медиков перед экзаменом. В MS Excel (LibreOffice Calc) введена функция =СРЗНАЧ(...). Какое значение получится в соответствующей ячейке?



- 50
- 72
- 3960
- 76

ВОПРОС 4. Известна численность студентов в 30 группах фармацевтического факультета. В MS Excel (LibreOffice Calc) введена функция =СРЗНАЧ(...). Какое значение получится в соответствующей ячейке?



- 24,1
- 30
- 21,4
- 642

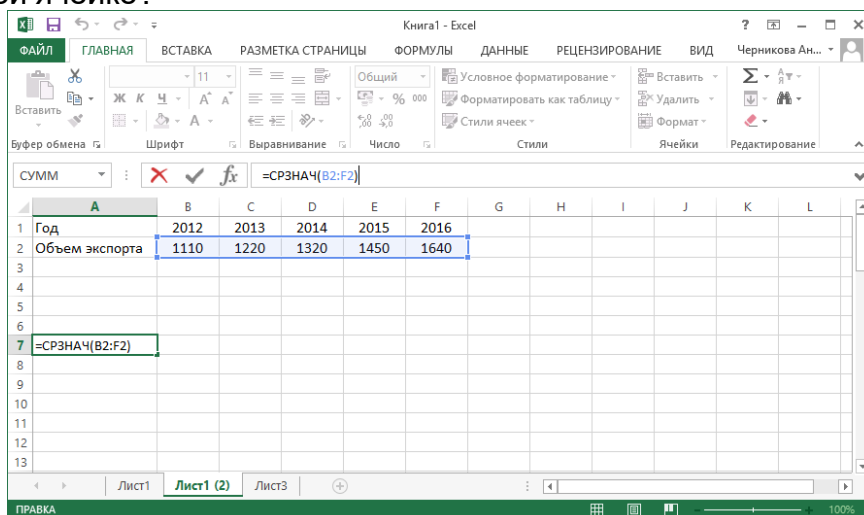
ВОПРОС 5. Известны данные о заболеваемости болезнями крови, кроветворных органов и отдельные нарушения, вовлекающие иммунный механизм в Российской Федерации за 2000-2010 гг.:

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Показатель заболеваемости	551	563	731	626	618	647	765	776	758	724	735

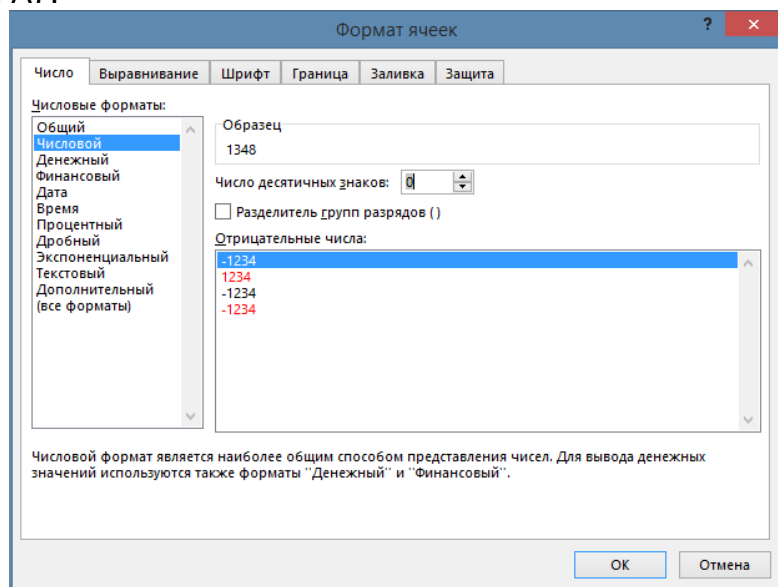
Выберите график, отражающий указанный процесс:



ВОПРОС 6. Известны данные об экспорте продукции предприятия (млн. руб.). В MS Excel (LibreOffice Calc) введена функция =СРЗНАЧ(...). Какое значение получится в соответствующей ячейке?



Параметры ячейки A7:



Ответ: 1348

Приложение 2

Типовые практические задания¹ (ОПК-1.4, ОПК-6.3 (уметь ...))

Математическая и статистическая вероятности, основы комбинаторики (ОПК-1.4 (уметь ...))

ЗАДАЧА 1.1. Автомобильный номер содержит три цифры (на буквы не обращаем внимание). Считая все варианты от 000 до 999 равновероятными, найти вероятность того, что выбранный наудачу номер:

- кончается на девятку;
- начинается с пятерки и кончается на девятку;
- не содержит единицу;
- состоит из трех различных цифр;
- имеет сумму цифр 25;
- содержит цифру, меньшую 4.

Решение.

A – событие, выбран нужный номер

$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность того, что событие A произойдет, где m – число случаев, благоприятствующих событию A , n – общее число случаев.

а) Благоприятствующие событию A исходы:

000-099: 009, 019, 029, 039, ..., 099 (10 исходов),

100-199: 109, 119, 129, 139, ..., 199 (10 исходов),

...

900-999: 909, 919, 929, 939, ..., 999 (10 исходов).

Таким образом, $m = \frac{10}{\text{для } 000-099} + \frac{10}{\text{для } 100-199} + \dots + \frac{10}{\text{для } 900-999} = 10 \cdot 10 = 100$.

$n = 1000$ – всего возможных номеров 000-999.

$$P(A) = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

б) Благоприятствующие событию A исходы (5*9):

509, 519, 529, ..., 599 (10 исходов).

Таким образом, $m = 10$.

$n = 1000$ – всего возможных номеров 000-999.

$$P(A) = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0,01.$$

в) B – событие, выбранный номер содержит единицу, то есть $B = \bar{A}$.

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$ (сумма вероятностей противоположных событий равна единице),

то есть $P(A) = 1 - P(B)$.

Благоприятствующие событию B исходы:

000-099: 001, 010, 011, 012, ..., 019, 021, 031, ..., 091 (19 исходов),

100-199: все (100 исходов),

...

900-999: 901, 910, 911, 912, ..., 919, 921, 931, ..., 991 (19 исходов).

Таким образом, $m = \frac{19}{\text{для } 000-099} + \frac{100}{\text{для } 100-199} + \frac{19}{\text{для } 200-299} + \dots + \frac{19}{\text{для } 900-999} = 19 \cdot 9 + 100 = 271$.

$n = 1000$ – всего возможных номеров 000-999.

$$P(B) = \frac{271}{1000} = 0,271, P(A) = 1 - 0,271 = 0,729.$$

г) B – событие, выбранный номер содержит повторяющиеся цифры, то есть $B = \bar{A}$.

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$ (сумма вероятностей противоположных событий равна единице),

то есть $P(A) = 1 - P(B)$.

Благоприятствующие событию B исходы:

¹ Приведен один из способов решения задач

000-099: 001, 002, ..., 009, 010, 020, ..., 090, 011, 022, ..., 099 (10 + 9 + 9 = 28 исходов),
100-199: ... (28 исходов),

...
900-999: ... (28 исходов).

Таким образом, $m = \underbrace{28}_{\text{для } 000-099} + \underbrace{128}_{\text{для } 100-199} + \dots + \underbrace{28}_{\text{для } 900-999} = 28 \cdot 10 = 280$.

$n = 1000$ – всего возможных номеров 000-999.

$$P(B) = \frac{280}{1000} = 0,28, P(A) = 1 - 0,28 = 0,72.$$

д) Благоприятствующие событию A исходы:

000-099: нет (максимальная сумма $0 + 9 + 9 = 18$) (0 исходов),

100-199: нет (максимальная сумма $1 + 9 + 9 = 19$) (10 исходов),

...

600-699: нет (максимальная сумма $6 + 9 + 9 = 24$) (0 исходов),

700-799: 799 ($7 + 9 + 9 = 25$) (1 исход),

800-899: 889, 898 (2 исхода),

900-999: 979, 988, 997 (3 исхода).

Таким образом, $m = \underbrace{0}_{\text{для } 000-099} + \underbrace{0}_{\text{для } 100-199} + \dots + \underbrace{0}_{\text{для } 600-699} + \underbrace{1}_{\text{для } 700-799} + \underbrace{2}_{\text{для } 800-899} + \underbrace{3}_{\text{для } 900-999} = 6$.

$n = 1000$ – всего возможных номеров 000-999.

$$P(A) = \frac{6}{1000} = \frac{3}{500} = 0,006.$$

е) Благоприятствующие событию A исходы:

000-099: все (первая цифра 0 меньше 4) (100 исходов),

...

300-399: все (100 исходов),

400-499: 400-439 (вторая цифра 0, или 1, или 2, или 3 меньше 4), 440, 441, 442, 443, 450, 451, 452, 453, ..., 490, 491, 492, 493 (третья цифра 0, или 1, или 2, или 3 меньше 4) ($40 + 4 \cdot 6 = 64$ исхода),

...

900-999: аналогично (64 исхода).

Таким образом, $m = \underbrace{100}_{\text{для } 000-099} + \dots + \underbrace{100}_{\text{для } 300-399} + \underbrace{64}_{\text{для } 400-499} + \dots + \underbrace{64}_{\text{для } 900-999} = 100 \cdot 4 + 64 \cdot 6 = 784$.

$n = 1000$ – всего возможных номеров 000-999.

$$P(A) = \frac{784}{1000} = \frac{98}{125} = 0,784.$$

Ответ: а) 0,1; б) 0,01; в) 0,729; г) 0,72; д) 0,006; е) 0,784.

ЗАДАЧА 1.2. Бросают одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что:

а) произведение выпавших очков четно;

б) сумма выпавших очков равна 15;

в) произведение выпавших очков равно 15.

Решение.

A – событие, указанное в условии.

$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность того, что событие A произойдет, где m – число случаев, благоприятствующих событию A , n – общее число случаев.

а) Благоприятствующие событию A исходы:

на первом кубике 1: $1/2, 1/4, 1/6$ (3 исхода),

на первом кубике 2: $2/1, 2/2, 2/3, 2/4, 2/5, 2/6$ (6 исходов),

на первом кубике 3: $3/2, 3/4, 3/6$ (3 исхода),

на первом кубике 4: $4/1, 4/2, 4/3, 4/4, 4/5, 4/6$ (6 исходов),

на первом кубике 5: $5/2, 5/4, 5/6$ (3 исхода),

на первом кубике 6: $6/1, 6/2, 6/3, 6/4, 6/5, 6/6$ (6 исходов),

Таким образом, $m =$

$$\underbrace{3}_{\text{для1/}} + \underbrace{6}_{\text{для2/}} + \underbrace{3}_{\text{для3/}} + \underbrace{6}_{\text{для4/}} + \underbrace{3}_{\text{для5/}} + \underbrace{6}_{\text{для6/}} = 27$$

$n = A_6^2 = 6^2 = 36$ – всего возможных комбинаций двух кубиков.

$$P(A) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

б) Максимальная сумма выпавших значений $6 + 6 < 15$. Таким образом, $m = 0$.

$n = A_6^2 = 6^2 = 36$ – всего возможных комбинаций двух кубиков.

$$P(A) = \frac{0}{36} = 0.$$

в) Благоприятствующие событию A исходы: $3/5, 5/3$ (2 исхода). Таким образом, $m = 2$.

$n = A_6^2 = 6^2 = 36$ – всего возможных комбинаций двух кубиков.

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \approx 0,056.$$

Ответ: а) 0,75; б) 0; в) $\frac{1}{18} \approx 0,056$.

ЗАДАЧА 1.3. На каждой из десяти одинаковых карточек написана одна из следующих букв: а, т, т, е, с, т, а, ц, и, я. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вытянутых по одной и расположенных "в одну линию" карточках, можно будет прочесть слово "тест".

Решение.

A – событие, на четырех, вытянутых по одной и расположенных "в одну линию" карточках, можно будет прочесть слово "тест".

$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность того, что событие A произойдет, где m – число случаев, благоприятствующих событию A , n – общее число случаев.

Слово «тест» состоит из 3 различных букв: «т» (встречается 2 раза), «е» (встречается 1 раз), «с» (встречается 1 раз). В десяти существующих карточек есть 3 карточки с буквой «т», 1 карточка с буквой «е», 1 карточка с буквой «с». Таким образом, $m = A_3^2 \cdot A_1^1 \cdot A_1^1 = \frac{3!}{(3-2)!} \cdot \frac{1!}{(1-1)!} \cdot \frac{1!}{(1-1)!} = 2 \cdot 3 = 6$. $n = A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 5040$ – количество слов из четырех букв из 10 карточек.

$$P(A) = \frac{6}{5040} = \frac{1}{840} \approx 0,0012.$$

Ответ: $\frac{1}{840} \approx 0,0012$.

ЗАДАЧА 1.4. Футбольную секцию помещают 33 человека, среди них два брата - Федор и Сергей. Посещающих секцию случайным образом делят на три команды по 11 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Федор и Сергей окажутся в одной команде.

Решение.

A – событие, Федор и Сергей окажутся в одной команде.

$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность того, что событие A произойдет, где m – число случаев, благоприятствующих событию A , n – общее число случаев.

Посещающих секцию делят на 3 команды по 11 человек. Федор попадет в некоторую команду, то есть наступление события A означает, что Сергей окажется в числе оставшихся 10 человек команды, к которой окажется Федор, то есть $m = 1, n = 10$.

$$P(A) = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Ответ: 0,1.

ЗАДАЧА 1.5. Из вазы, в которой стоят 10 красных и 5 белых гвоздик.

а) Наугад выбирают 4 цветка. Какова вероятность, что будут выбраны 2 красные и 2 белые гвоздики?

б) Наугад выбирают 8 цветов. Какова вероятность, что будут выбраны 5 красных и 3 белые гвоздики?

в) Наугад выбирают 9 цветков. Какова вероятность, что будут выбраны 3 красные и 6 белых гвоздик?

Решение.

A – событие, указанное в условии.

$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность того, что событие A произойдет, где m – число случаев, благоприятствующих событию A , n – общее число случаев.

а) Необходимо выбрать 2 красные (всего 10) и 2 белые (всего 5) гвоздики, то есть $m = C_{10}^2 \cdot C_5^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} \cdot \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{9 \cdot 10}{2} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} = 450$. $n = C_{15}^4 = \frac{15!}{4!(15-4)!} = \frac{12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 1365$ – всего возможно букетов по 4 цветка из 10.

$$P(A) = \frac{450}{1365} = \frac{30}{91} \approx 0,33.$$

б) Необходимо выбрать 5 красные (всего 10) и 3 белые (всего 5) гвоздики, то есть $m = C_{10}^5 \cdot C_5^3 = \frac{10!}{5!(10-5)!} \cdot \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2520$. $n = C_{15}^8 = \frac{15!}{8!(15-8)!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = 6435$ – всего возможно букетов по 8 цветков из 10.

$$P(A) = \frac{2520}{6435} = \frac{56}{143} \approx 0,39.$$

в) Необходимо выбрать 3 красные (всего 10) и 6 белые (всего 5 (!)) гвоздики, то есть A – это невозможное событие, то есть $P(A) = 0$.

Ответ: а) $\frac{30}{91} \approx 0,33$; б) $\frac{56}{143} \approx 0,39$; в) 0.

События и операции над ними (ОПК-1.4 (уметь ...))

ЗАДАЧА 2.1. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7, второго - 0,8. Какова вероятность:

- а) хотя бы одного попадания;
- б) ровно одного попадания;
- в) двух попаданий,

если каждый сделал по одному выстрелу.

Решение.

A – событие, первый стрелок попадет по мишени: $P(A) = 0,7$,

\bar{A} – событие, первый стрелок не попадет по мишени: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$,

B – событие, второй стрелок попадет по мишени: $P(B) = 0,8$,

\bar{B} – событие, второй стрелок не попадет по мишени: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,2$.

События A и B являются независимыми.

а) C – событие, хотя бы один из стрелков попадет по мишени, то есть $C = A \cdot B + A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$.

$$P(C) = P(A \cdot B + A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = P(A \cdot B) + P(A \cdot \bar{B}) + P(\bar{A} \cdot B) = P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,94.$$

б) D – событие, только один из стрелков попадет по мишени, то есть $D = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$.

$$P(D) = P(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = P(A \cdot \bar{B}) + P(\bar{A} \cdot B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,38.$$

в) E – событие, оба стрелка попали по мишени, то есть $E = A \cdot B$.

$$P(E) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56.$$

Ответ: а) 0,94; б) 0,38; в) 0,56.

ЗАДАЧА 2.2. Жители одного провинциального города ежедневно могут посещать открытый плавательный бассейн. Вероятность того, что в воскресенье будет меньше 150 посетителей, равна 0,85, а вероятность того, что их будет меньше 100, равна 0,35. Найдите вероятность того, что число посетителей будет от 100 до 149.

Решение.

A – событие, в воскресенье в плавательном бассейне будет меньше 150 посетителей: $P(A) = 0,85$,

B – событие, в воскресенье в плавательном бассейне будет меньше 100 посетителей: $P(B) = 0,35$,

C – событие, в воскресенье в плавательном бассейне от 100 до 149 посетителей, то есть $A = B + C$, следовательно, $C = A - B$. Так как события A , B и C независимы, то

$$P(C) = P(A - B) = P(A) - P(B) = 0,85 - 0,35 = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

ЗАДАЧА 2.3. Первая лампочка может перегореть с вероятностью 0,18, вторая - 0,15. Найти вероятность того, что:

а) обе лампочки перегорели;

б) горит хотя бы одна лампочка;

в) обе лампочки горят;

г) горит только первая лампочка, а вторая перегорела

д) горит только вторая лампочка, а первая перегорела.

Решение.

A – событие, первая лампочка перегорела: $P(A) = 0,18$,

\bar{A} – событие, первая лампочка горит: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,82$,

B – событие, вторая лампочка перегорела: $P(B) = 0,15$,

\bar{B} – событие, вторая лампочка горит: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,85$.

События A и B являются независимыми.

а) C – событие, обе лампочки перегорели, то есть $C = A \cdot B$.

$$P(C) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0,18 \cdot 0,15 = 0,027.$$

б) D – событие, горит хотя бы одна лампочка, то есть $D = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$.

$$P(D) = P(\bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = P(\bar{A} \cdot \bar{B}) + P(A \cdot \bar{B}) + P(\bar{A} \cdot B) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) + P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,82 \cdot 0,85 + 0,18 \cdot 0,85 + 0,82 \cdot 0,15 = 0,973.$$

в) E – событие, обе лампочки горят, то есть $E = \bar{A} \cdot \bar{B}$.

$$P(E) = P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,82 \cdot 0,85 = 0,697.$$

г) F – событие, горит только первая лампочка, а вторая перегорела, то есть $F = \bar{A} \cdot B$.

$$P(F) = P(\bar{A} \cdot B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,82 \cdot 0,15 = 0,123.$$

д) G – событие, горит только вторая лампочка, а первая перегорела, то есть $G = A \cdot \bar{B}$.

$$P(G) = P(A \cdot \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,18 \cdot 0,85 = 0,153.$$

Ответ: а) 0,027; б) 0,973; в) 0,697; г) 0,123; д) 0,153.

ЗАДАЧА 2.4. В торговом центре два одинаковых автомата продают лимонад. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится лимонад, равна 0,2. Вероятность того, что лимонад закончится в обоих автоматах, равна 0,09. Найти вероятность того, что к концу дня лимонад останется в обоих автоматах.

Решение.

A – событие, в первом автомате к концу дня закончится лимонад: $P(A) = 0,2$,

B – событие, во втором автомате к концу дня закончится лимонад: $P(B) = 0,2$,

События A и B являются зависимыми.

C – событие, к концу дня в обоих автоматах закончится лимонад, то есть $C = A \cdot B$:
 $P(C) = 0,09$

D – событие, к концу дня в обоих автоматах останется лимонад,

E – событие, к концу дня в обоих автоматах закончится лимонад ($D = \bar{E}$), то есть $E = A + B$.

$$P(E) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(C) = 0,2 + 0,2 - 0,09 = 0,31.$$

$$P(D) = 1 - P(E) = 1 - 0,31 = 0,69.$$

Ответ: 0,69.

ЗАДАЧА 2.5. Вероятность того, что новая кофемолка прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что она прослужит больше двух лет, равна 0,81. Найти вероятность того, что кофемолка прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

A – событие, кофемолка прослужит больше года: $P(A) = 0,93$,

B – событие, кофемолка прослужит больше двух лет: $P(B) = 0,81$,

C – событие, кофемолка прослужит меньше двух лет, но больше года, то есть $A = B + C$, следовательно, $C = A - B$. Так как события A , B и C независимы, то

$$P(C) = P(A - B) = P(A) - P(B) = 0,93 - 0,81 = 0,12.$$

Ответ: 0,12.

ЗАДАЧА 2.6. В билет входят 3 вопроса из 50 экзаменационных вопросов. Студент не знает 20 вопросов. Какова вероятность того, что в билете ему:

а) все вопросы будут известны;

б) будет известен хотя бы один вопрос?

Решение.

A – событие, студент знает вопрос (50 – 20 = 30 вопросов),

\bar{A} – событие, студент не знает вопрос (20 вопросов).

а) C – событие, студент знает все три вопроса, то есть $C = A \cdot A \cdot A$.

$$P(C) = P(A \cdot A \cdot A) = P(A) \cdot P_A(A \cdot A) = P(A) \cdot P_A(A) \cdot P_{A \cdot A}(A) = \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} = \frac{24360}{117600} = \frac{29}{140} \approx 0,207.$$

б) D – событие, из трех вопросов студент знает хотя бы один вопрос,

E – событие, студент не знает ни одного вопроса ($D = \bar{E}$), то есть $E = \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}$.

$$P(E) = P(\bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}) = P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(\bar{A} \cdot \bar{A}) = P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A} \cdot \bar{A}}(\bar{A}) = \frac{20}{50} \cdot \frac{19}{49} \cdot \frac{18}{48} = \frac{6840}{117600} = \frac{57}{980} \approx 0,058.$$

$$P(D) = 1 - P(E) = 1 - \frac{57}{980} = \frac{923}{980} \approx 0,942.$$

Ответ: а) $\frac{29}{140} \approx 0,207$; б) $\frac{923}{980} \approx 0,942$.

Случайные величины и их характеристики (ОПК-1.4 (уметь ...))

ЗАДАЧА 3.1. В коробке находятся 50 лотерейных билетов, среди которых 12 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины X – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет. Вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины X . Составить функцию распределения случайной величины X . Нарисовать графики полигона распределения вероятностей и функции распределения случайной величины X .

Решение.

Возможные значения случайной величины X – размер выигрыша на один билет – равна:

0 (если билет не выиграл);

100 (если на билет выпал выигрыш 100 рублей);

1000 (если на билет выпал выигрыш 1000 рублей).

Учитывая, что из 50 билетов число невыигрышных билетов составляет 50 – 12 = 38, вычислим вероятности соответствующих выигрышей:

$$P(X = 0) = \frac{38}{50} = \frac{19}{25} = 0,76;$$

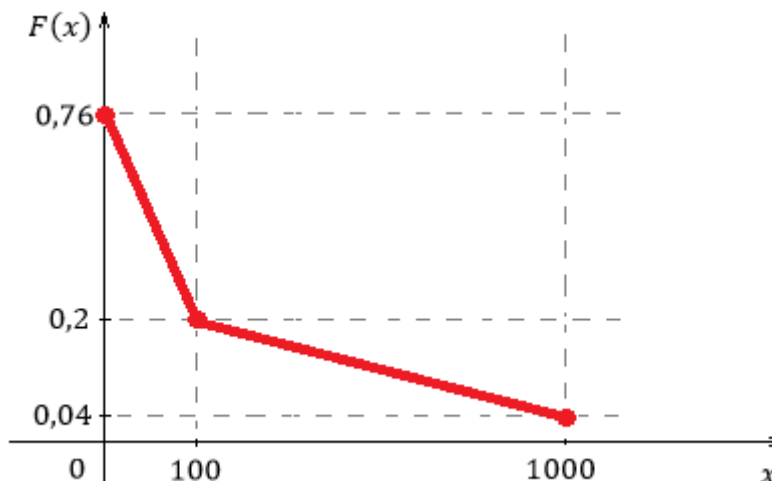
$$P(X = 100) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

$$P(X = 1000) = \frac{2}{50} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

Таким образом, получаем следующий **закон распределения вероятностей**:

$X:$	x_i	0	100	1000
	p_i	0,76	0,2	0,04

Полигон распределения вероятностей случайной величины X :



Перейдем к вычислению **характеристик**:

$$M(X) = 0 \cdot 0,76 + 100 \cdot 0,2 + 1000 \cdot 0,04 = 60,$$

$$M(X^2) = 0^2 \cdot 0,76 + 100^2 \cdot 0,2 + 1000^2 \cdot 0,04 = 42000,$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = 42000 - 60^2 = 38400,$$

$$\sigma = \sqrt{38400} \approx 195,96.$$

Перейдем к функции распределения случайной величины X : $F(x) = P(X < x)$:

если $x \leq 0$, то, очевидно, $F(x) = P(X < 0) = 0$;

если $0 < x \leq 100$, то $F(x) = P(X < 100) = P(X = 0) = 0,76$;

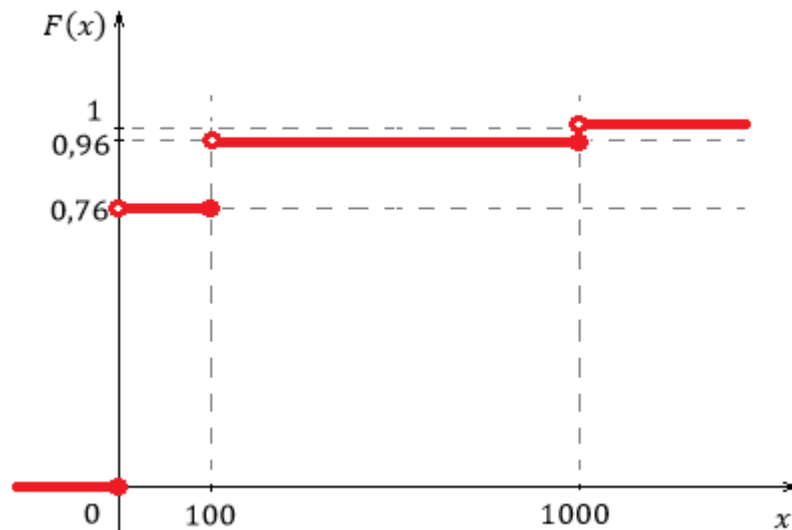
если $100 < x \leq 1000$, то $F(x) = P(X < 1000) = P(X = 0) + P(X = 100) = 0,76 + 0,2 = 0,96$;

если $x > 1000$, то $F(x) = P(X < x) = (P(X = 0) + P(X = 100)) + P(X = 1000) = 0,96 + 0,04 = 1$.

Таким образом, получили следующую **функцию распределения** случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ 0,76 & \text{при } 0 < x \leq 100; \\ 0,96 & \text{при } 100 < x \leq 1000; \\ 1 & \text{при } x > 1000. \end{cases}$$

График функции распределения случайной величины X :



ЗАДАЧА 3.2. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

X принимает значения 5, 2, 4 с вероятностями 0,6, 0,1, 0,3 соответственно;

Y принимает значения 7, 9 с вероятностями 0,8, 0,2 соответственно.

Составить законы распределения случайных величин $X+Y$, $2X$, $X*Y$. Вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины $X+Y$. Составить функцию распределения случайной величины $2X$. Нарисовать графики полигона распределения вероятностей и функции распределения случайной величины $2X$.

Решение.

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X :

$X:$	x_i	2	4	5
	p_i	0,1	0,3	0,6

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины Y :

$Y:$	y_j	7	9
	p'_j	0,8	0,2

Составим вспомогательную таблицу для ряда распределения случайной величины $Z = X + Y$:

$y_j // p'_j$	7	9	
$x_i // p_i$		0,8	0,2
2	9 0,1	11 0,08	13 0,02
4	11 0,3	13 0,24	15 0,06
5	12 0,6	14 0,48	16 0,12

Таким образом, случайная величина Z имеет следующий закон распределения вероятностей:

$Z:$	z_i	9	11	12	13	14
	p_i	0,08	0,26	0,48	0,06	0,12

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины $U = 2X$:

$U:$	u_i	4	8	10
------	-------	---	---	----

p_i	0,1	0,3	0,6
-------	------------	------------	------------

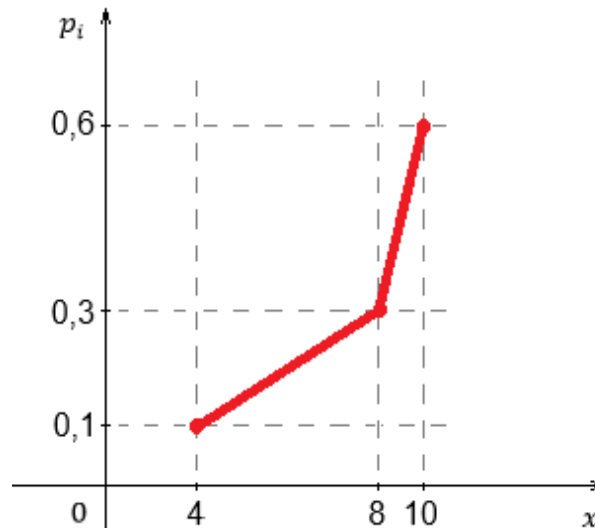
Составим вспомогательную таблицу для ряда распределения случайной величины $V = X \cdot Y$:

$y_j // p'_j$	7	9
$x_i // p_i$	0,8	0,2
2	14	18
0,1	0,08	0,02
4	28	36
0,3	0,24	0,06
5	35	45
0,6	0,48	0,12

Таким образом, случайная величина V имеет следующий **закон распределения вероятностей**:

$V:$	v_i	14	18	28	35	36	45
	p_i	0,08	0,02	0,24	0,48	0,06	0,12

Полигон распределения вероятностей случайной величины U :



Перейдем к вычислению **характеристик**:

$$M(U) = 4 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,6 = 8,8,$$

$$M(U^2) = 4^2 \cdot 0,1 + 8^2 \cdot 0,3 + 10^2 \cdot 0,6 = 80,8,$$

$$D(U) = M(U^2) - (M(U))^2 = 80,8 - 8,8^2 = 3,36,$$

$$\sigma = \sqrt{3,36} \approx 1,83.$$

Перейдем к функции распределения случайной величины U : $F(x) = P(U < x)$:

если $x \leq 4$, то, очевидно, $F(x) = P(U < 4) = 0$;

если $4 < x \leq 8$, то $F(x) = P(U < 8) = P(U = 4) = 0,1$;

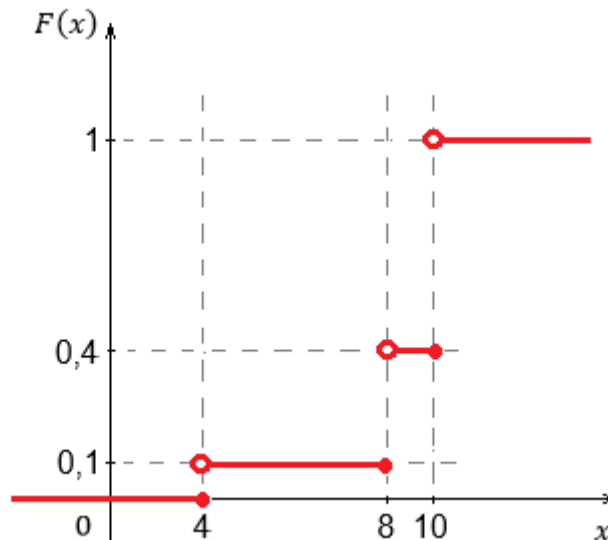
если $8 < x \leq 10$, то $F(x) = P(U < 10) = P(U = 4) + P(U = 8) = 0,1 + 0,3 = 0,4$;

если $x > 10$, то $F(x) = P(U < x) = (P(U = 4) + P(U = 8)) + P(U = 10) = 0,4 + 0,6 = 1$.

Таким образом, получили следующую **функцию распределения** случайной величины U :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 4; \\ 0,1 & \text{при } 4 < x \leq 8; \\ 0,4 & \text{при } 8 < x \leq 10; \\ 1 & \text{при } x > 10. \end{cases}$$

График функции распределения случайной величины U :



ЗАДАЧА 3.3. Производится стрельба из орудия по удаляющейся цели. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,8, при каждом следующем выстреле вероятность попадания уменьшается в 2 раза. Случайная величина X - число попаданий в цель при трех выстрелах. Составить закон распределения случайной величины X . Вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайное величины X . Составить функцию распределения случайной величины X . Нарисовать графики полигона распределения вероятностей и функции распределения случайной величины X .

Решение.

Возможные значения случайной величины x – число попаданий в цель пи трех выстрелах – равна:

- 0 (стрелок три раза промахнулся);
- 1 (стрелок один раз попал в цель и два раза промахнулся);
- 2 (стрелок два раза попал в цель и один раз промахнулся);
- 3 (стрелок три раза попал в цель).

Пусть A – событие, стрелок попал в цель, тогда \bar{A} – событие, стрелок промахнулся.

Учитывая, что при первом выстреле вероятность попадания равна 0,8, при каждом следующем выстреле вероятность попадания уменьшается в 2 раза, вычислим вероятности соответствующих выигрышей:

$$P(X = 0) = P(\bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}) = P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}\bar{A}}(\bar{A}) = (1 - 0,8) \cdot \left(1 - \frac{0,8}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{0,8}{4}\right) = 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,096;$$

$$P(X = 2) = P(A \cdot A \cdot \bar{A} + A \cdot \bar{A} \cdot A + \bar{A} \cdot A \cdot A) = P(A \cdot A \cdot \bar{A}) + P(A \cdot \bar{A} \cdot A) + P(\bar{A} \cdot A \cdot A) = P(A) \cdot P_A(A) \cdot P_{A \cdot A}(\bar{A}) + P(A) \cdot P_A(\bar{A}) \cdot P_{A\bar{A}}(A) + P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(A) \cdot P_{\bar{A}A}(A) = 0,8 \cdot \frac{0,8}{2} \cdot \left(1 - \frac{0,8}{4}\right) + 0,8 \cdot \left(1 - \frac{0,8}{2}\right) \cdot \frac{0,8}{4} + (1 - 0,8) \cdot \frac{0,8}{2} \cdot \frac{0,8}{4} = 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,368;$$

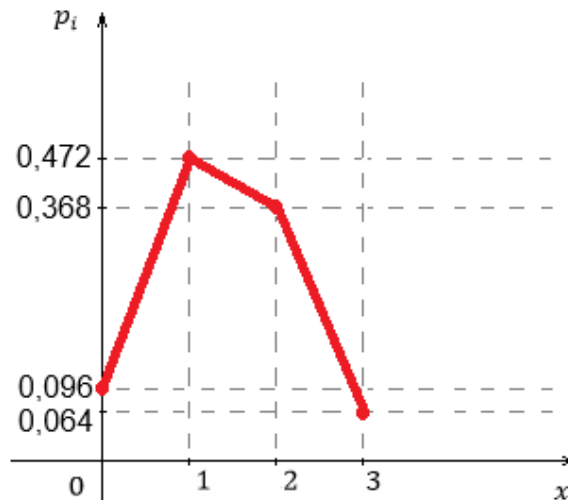
$$P(X = 3) = P(A \cdot A \cdot A) = P(A) \cdot P_A(A) \cdot P_{A \cdot A}(A) = 0,8 \cdot \frac{0,8}{2} \cdot \frac{0,8}{4} = 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,064;$$

$$P(X = 1) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 2) + P(X = 3)) = 1 - (0,096 + 0,368 + 0,064) = 0,472.$$

Таким образом, получаем следующий закон распределения вероятностей:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,096	0,472	0,368	0,064

Полигон распределения вероятностей случайной величины x :



Перейдем к вычислению **характеристик**:

$$M(X) = 0 \cdot 0,096 + 1 \cdot 0,472 + 2 \cdot 0,368 + 3 \cdot 0,064 = 1,4,$$

$$M(X^2) = 0^2 \cdot 0,096 + 1^2 \cdot 0,472 + 2^2 \cdot 0,368 + 3^2 \cdot 0,064 = 2,52,$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = 2,52 - 1,4^2 = 0,56,$$

$$\sigma = \sqrt{0,56} \approx 0,75.$$

Перейдем к функции распределения случайной величины X : $F(x) = P(X < x)$:

если $x \leq 0$, то, очевидно, $F(x) = P(X < 0) = 0$;

если $0 < x \leq 1$, то $F(x) = P(X < 1) = P(X = 0) = 0,096$;

если $1 < x \leq 2$, то $F(x) = P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,096 + 0,472 = 0,568$;

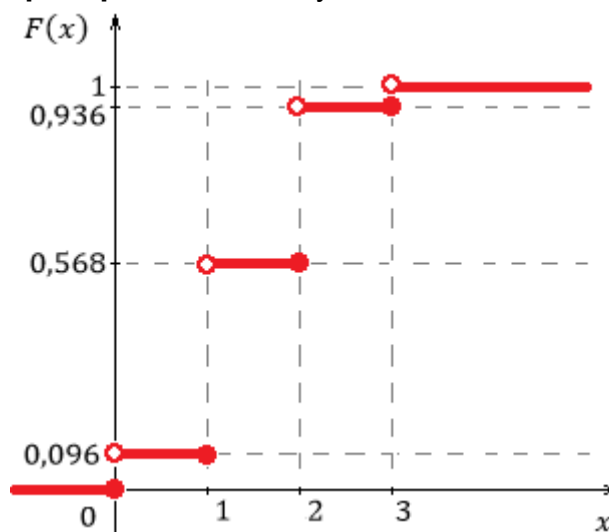
если $2 < x \leq 3$, то $F(x) = P(X < 3) = (P(X = 0) + P(X = 1)) + P(X = 2) = 0,568 + 0,368 = 0,936$;

если $x > 3$, то $F(x) = P(X < x) = (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)) + P(X = 3) = 0,936 + 0,064 = 1$.

Таким образом, получили следующую **функцию распределения** случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ 0,096 & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 0,568 & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ 0,936 & \text{при } 2 < x \leq 3; \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

График функции распределения случайной величины X :



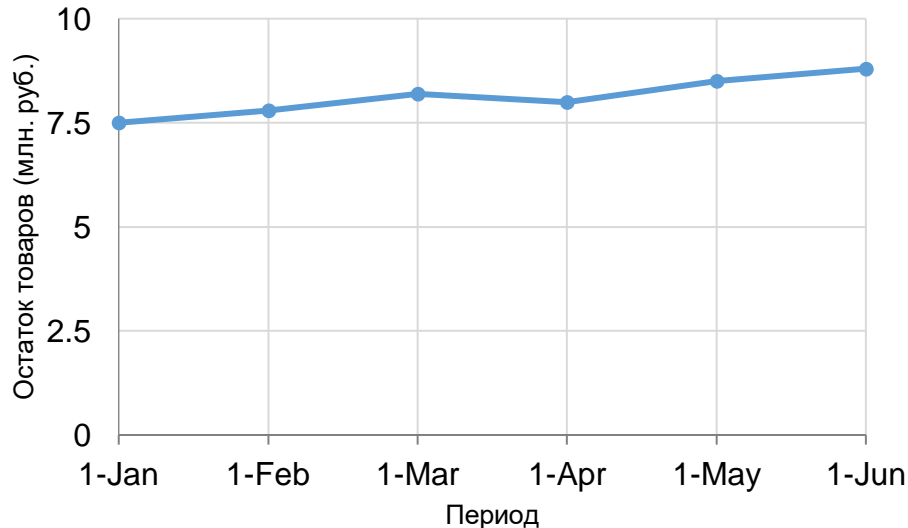
ЗАДАЧА 4.1. Известны данные о товарных запасах на оптовом складе на начало каждого месяца:

Период	01.01	01.02	01.03	01.04	01.05	01.06
Остаток товаров, млн. руб.	7,5	7,8	8,2	8,0	8,5	8,8

Построить график динамического ряда. Вычислить среднее значение, среднее квадратическое отклонение и выборочный коэффициент корреляции (для лага $\tau = 1$).

Решение.

График динамического ряда:



Сначала вычислим **среднее значение и среднее квадратическое отклонение** динамического ряда:

$$\bar{y}_t = \frac{7,5+7,8+8,2+8,0+8,5+8,8}{6} = \frac{48,8}{6} \approx 8,13,$$

$$\overline{y_t^2} = \frac{7,5^2+7,8^2+8,2^2+8,0^2+8,5^2+8,8^2}{6} = \frac{398,02}{6},$$

$$\sigma = \sqrt{s_t^2} = \sqrt{\overline{y_t^2} - (\bar{y}_t)^2} = \sqrt{\frac{398,02}{6} - \left(\frac{48,8}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{6,68}}{6} \approx 0,431.$$

Найдем коэффициент корреляции r_τ временного ряда (для лага $\tau = 1$)

$$r_\tau = \frac{(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t y_{t+\tau} - \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t \sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}}{\sqrt{(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t^2 - (\sum_{t=1}^{n-\tau} y_t)^2} \cdot \sqrt{(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}^2 - (\sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau})^2}}$$

Составим вспомогательную таблицу:

y_t	7,5	7,8	8,2	8,0	8,5
y_{t+1}	7,8	8,2	8,0	8,5	8,8

Вычислим необходимые суммы:

$$\sum_{t=1}^{6-1=5} y_t = 7,5 + 7,8 + 8,2 + 8,0 + 8,5 = 40,$$

$$\sum_{t=1}^{6-1=5} y_t^2 = 7,5^2 + 7,8^2 + 8,2^2 + 8,0^2 + 8,5^2 = 320,58,$$

$$\sum_{t=1}^{6-1=5} y_{t+1} = 7,8 + 8,2 + 8,0 + 8,5 + 8,8 = 41,3,$$

$$\sum_{t=1}^{6-1=5} y_{t+1}^2 = 7,8^2 + 8,2^2 + 8,0^2 + 8,5^2 + 8,8^2 = 341,77,$$

$$\sum_{t=1}^{6-1=5} y_t y_{t+1} = 7,5 \cdot 7,8 + 7,8 \cdot 8,2 + 8,2 \cdot 8,0 + 8,0 \cdot 8,5 + 8,5 \cdot 8,8 = 330,86,$$

$$r_1 = \frac{(6-1) \cdot 330,86 - 40 \cdot 41,3}{\sqrt{(6-1) \cdot 320,58 - (40)^2} \cdot \sqrt{(6-1) \cdot 341,77 - (41,3)^2}} \approx 0,76.$$

ЗАДАЧА 4.2. Проводились наблюдения над числом X оценок полученных на экзамене по математике в течение часа. Получены следующие результаты:

3; 4; 3; 5; 4; 2; 2; 4; 4; 3;
 5; 2; 4; 5; 4; 3; 4; 3; 3; 4;
 4; 2; 2; 5; 5; 4; 5; 2; 3; 4;
 4; 3; 4; 5; 2; 5; 2; 4; 3; 3;
 4; 2; 4; 4; 5; 4; 3; 5; 3; 5;

4; 4; 5; 4; 4; 5; 4; 5; 4; 5.

а) построить полигон (гистограмму), кумуляту и эмпирическую функцию распределения;

б) найти среднюю арифметическую \bar{x} ;

в) найти медиану Me и моду Mo ;

г) найти дисперсию s^2 , среднее квадратическое отклонение s и коэффициент вариации v ;

д) найти начальные ν_k и центральные μ_k моменты ($k = 1; 2$).

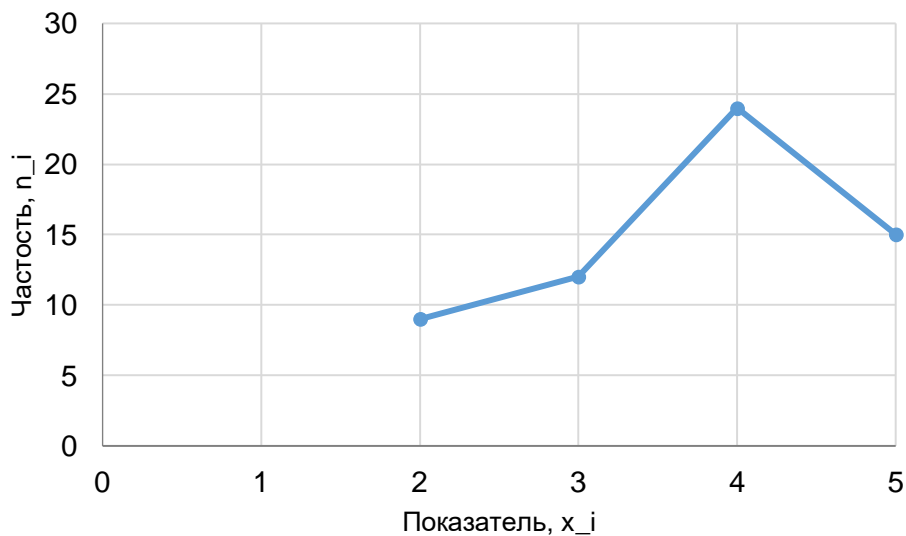
Решение.

Варианты (оценки) отличаются друг от друга на постоянную величину (1 балл), поэтому указанный ряд является дискретным.

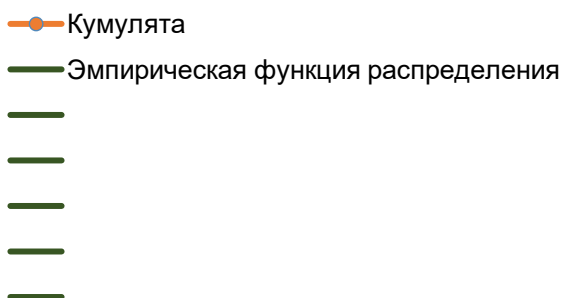
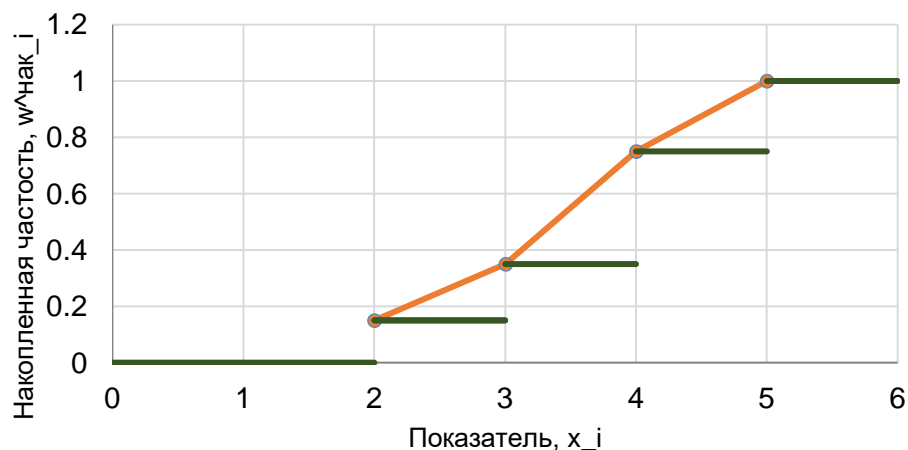
Заметим, что ряд состоит из следующих оценок: «2», «3», «4» и «5» и среди представленных данных их 6, 11, 9 и 4 соответственно. Составим вариационный ряд:

i	Показатель x_i	Частота, n_i	Частость, $w_i = \frac{n_i}{n}$	Накопленная частота, $n_i^{\text{нак}}$	Накопленная частость, $w_i^{\text{нак}} = \frac{n_i^{\text{нак}}}{n}$
1	2	9	$\frac{9}{60} = 0,15$	9	$\frac{9}{60} = 0,15$
2	3	12	$\frac{12}{60} = 0,2$	9+12=21	$\frac{21}{60} = 0,35$
3	4	24	$\frac{24}{60} = 0,4$	21+24=45	$\frac{45}{60} = 0,75$
4	5	15	$\frac{15}{60} = 0,25$	45+15=60	$\frac{60}{60} = 1$
Σ		60	1	-	-

а) Построим **полигон**:



кумуляту и эмпирическую функцию распределения:



Перейдем к вычислению характеристик.

$$\text{б) } \bar{x} = \frac{2 \cdot 9 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 24 + 5 \cdot 15}{60} = 3,75;$$

$$\text{в) } Me = \frac{x_{30} + x_{31}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4;$$

$$\text{г) } s^2 = \frac{(2-3,75)^2 \cdot 9 + (3-3,75)^2 \cdot 12 + (4-3,75)^2 \cdot 24 + (5-3,75)^2 \cdot 15}{60} = 0,9875,$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,9875} \approx 0,994,$$

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% \approx \frac{0,994}{3,75} \cdot 100\% \approx 26,5\%.$$

$$\text{д) } \mu_1 = \bar{x} = 3,75,$$

$$\mu_2 = \overline{x^2} = \frac{2^2 \cdot 9 + 3^2 \cdot 12 + 4^2 \cdot 24 + 5^2 \cdot 15}{60} = 15,05,$$

$$\mu_1 = 0,$$

$$\mu_2 = s^2 = 0,9875.$$

Корреляционно-регрессионный анализ (ОПК-6.3 (уметь ...))

ЗАДАЧА 5.1. Провести корреляционно-регрессионный анализ (коэффициент корреляции, корреляционное поле с линией регрессии, уравнение линии регрессии) зависимости площади пораженной части легких у людей, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения:

Число лет курения	25	36	22	25	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части, %	55	60	50	45	75	70	70	55	60	55

Указать характер зависимости.

Решение. Вычислим отдельно компоненты коэффициента корреляции Пирсона:

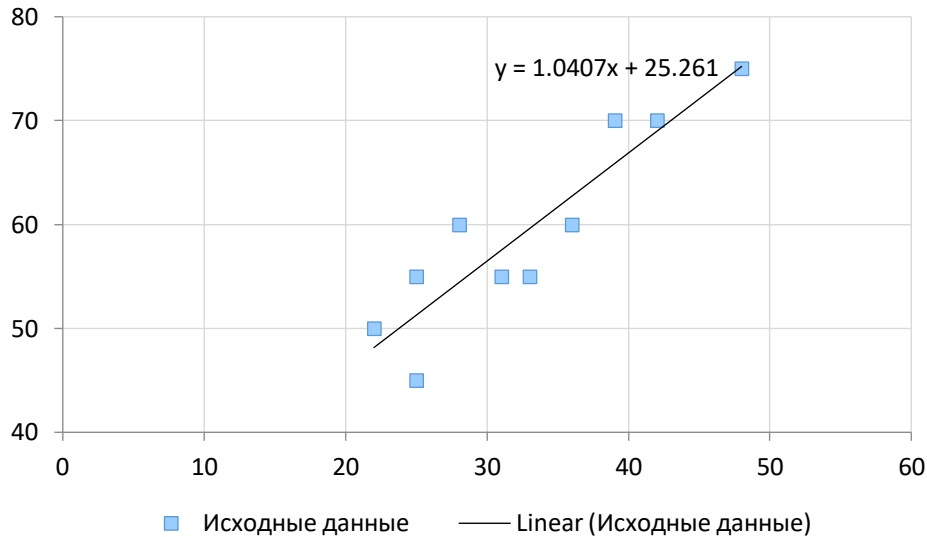
$$\bar{x} = \frac{25+36+22+25+48+39+42+31+28+33}{10} = 32,9;$$

$$\bar{y} = \frac{55+60+50+45+75+70+70+55+60+55}{30} = 59,5;$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2) \cdot (\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}} = \frac{(25-32,9)(55-59,5) + (36-32,9)(60-59,5) + \dots + (33-32,9)(55-59,5)}{\sqrt{((25-32,9)^2 + (36-32,9)^2 + \dots + (33-32,9)^2) \cdot ((55-59,5)^2 + (60-59,5)^2 + \dots + (55-59,5)^2)}} = 0,91.$$

Таким образом, **величина срока курения очень сильно коррелирует с площадью пораженной части легких у людей, заболевших эмфиземой легких (большой срок курения – большая площадь поражения, меньше срок курения – меньше площадь поражения).**

Построим корреляционное поле и линию регрессии:



Получим уравнение линейной регрессии. Выполним вспомогательные вычисления:

$$\overline{x \cdot y} = \frac{25 \cdot 55 + 36 \cdot 60 + \dots + 33 \cdot 55}{10} = 2023;$$

$$\overline{x^2} = \frac{25^2 + 36^2 + \dots + 33^2}{10} = 1145,3.$$

Следовательно, имеем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} a + b \cdot 32,9 = 59,5, \\ a \cdot 32,9 + b \cdot 1145,3 = 2023; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 32,9b = 59,5, \\ 32,9a + 1145,3b = 2023; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 59,5 - 32,9b, \\ 32,9(59,5 - 32,9b) + 1145,3b = 2023; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 59,5 - 32,9b, \\ 1957,55 - 1082,41b + 1145,3b = 2023; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 59,5 - 32,9b, \\ 62,89b = 65,45; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 59,5 - 32,9 \cdot 1,0407 = 25,261, \\ b = 1,0407. \end{cases}$$

Таким образом, **уравнение линейной регрессии** для этих величин имеет вид:

$$y = 25,261 + 1,0407x.$$